

РАБОТА С ОПЕРАТОРАМИ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

И.А. Аташов,

*студент 3 курса бакалавриата физики Каракалпакского государственного
университета им. Бердака, г. Нукус*

А.С. Калилаев,

*стажер, преподаватель кафедры физики Каракалпакского государственного
университета им. Бердака, г. Нукус*

Аннотация: Квантовая механика является фундаментальной теорией, описывающей микроскопический мир. В её основе лежат операторы, математические объекты, которые описывают наблюдаемые величины и измерения в квантовой системе. Операторы действуют на волновые функции и возвращают значения соответствующих величин при измерении. Эта статья рассматривает примеры операторов в квантовой механике и их роль в анализе квантовых систем.

Ключевые слова: Квантовая механика, операторы, волновая функция, наблюдаемые величины, измерения.

Abstract: Quantum mechanics is a fundamental theory that describes the microscopic world. It is based on operators, mathematical objects that describe observable quantities and measurements in a quantum system. Operators act on wave functions and return the values of the corresponding quantities when measured. This article examines examples of operators in quantum mechanics and their role in the analysis of quantum systems.

Key words: Quantum mechanics, operators, wave function, observable quantities, measurements.

Annotaciya: Kvant mexanikasi mikroskopik dunyoni tasvirlyaydigan asosiy nazariyadir. U kvant tizimida kuzatiladigan miqdorlar va o'lchovlarni tavsiflovchi operatorlar, matematik ob'ektlarga asoslangan. Operatorlar to'lqin funktsiyalari bo'yicha ishlaydi va o'lchanganida mos keladigan miqdorlarning qiymatlarini qaytaradi. Ushbu maqolada kvant mexanikasidagi operatorlar misollari va ularning kvant tizimlarini tahlil qilishdagi roli ko'rib chiqiladi.

Kalit so'zlar: Kvant mexanikasi, operatorlar, to'lqin funksiyasi, kuzatiladigan kattaliklar, o'lchovlar.

Квантовая механика является фундаментальной теорией, описывающей поведение микрочастиц на микроуровне. Она основана на математическом формализме, включающем понятие операторов. В данном реферате мы рассмотрим работу с операторами в квантовой механике и их роль в описании квантовых систем.

В квантовой механике операторы играют центральную роль, так как они представляют собой математические объекты, которые действуют на квантовые состояния и описывают результаты измерений физических величин. Операторы позволяют нам вычислять средние значения наблюдаемых величин, предсказывать результаты измерений и описывать эволюцию квантовых систем.

Операторы в квантовой механике

В квантовой механике операторы играют фундаментальную роль в описании квантовых систем. Операторы представляют собой математические объекты, которые действуют на квантовые состояния и позволяют нам вычислять физические величины и предсказывать результаты измерений.

Определение оператора

Оператор в квантовой механике является математическим объектом, который действует на квантовое состояние и преобразует его в другое квантовое состояние. Операторы обычно обозначаются символами, например, \hat{A}

Линейные операторы

Большинство операторов в квантовой механике являются линейными операторами. Линейность означает, что оператор сохраняет свойства линейной комбинации квантовых состояний. Другими словами, если $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$ - два квантовых состояния, и a и b - произвольные комплексные числа, то линейный оператор \hat{A} действует следующим образом

$$\hat{A} \left[\left(\frac{a}{\psi_1} \right) + \left(\frac{b}{\psi_2} \right) \right] = a \left[\left(\frac{\hat{A}}{\psi_1} \right) + b \left(\frac{\hat{A}}{\psi_2} \right) \right]$$

Свойства операторов

Операторы обладают различными свойствами, которые определяются их математическими свойствами. Некоторые из основных свойств операторов

включают коммутативность, антикоммутативность, эрмитовость и унитарность.

- **Коммутативность:** Операторы \hat{A} и \hat{B} коммутируют, если их последовательность действий не зависит от порядка их применения, то есть $\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$.
- **Антикоммутативность:** Операторы \hat{A} и \hat{B} антикоммутируют, если их последовательность действий меняется при смене порядка их применения с обратным знаком, то есть $\hat{A}\hat{B} = -\hat{B}\hat{A}$.
- **Эрмитовость:** Эрмитов оператор является самосопряженным и обладает свойством $\hat{A}^\dagger = \hat{A}$, где \hat{A}^\dagger обозначает эрмитово сопряженный оператор.
- **Унитарность:** Унитарный оператор является обратимым и сохраняет норму квантовых состояний. Он удовлетворяет условию $\hat{A}^\dagger \hat{A} = \hat{A} \hat{A}^\dagger = \hat{I}$, где \hat{I} - единичный оператор.

Собственные значения и собственные векторы

Операторы имеют собственные значения и собственные векторы. Собственное значение оператора - это число, которое соответствует определенному собственному вектору, когда оператор действует на него. Собственные векторы являются решениями уравнения $\hat{A}|\psi\rangle = \lambda|\psi\rangle$, где λ - собственное значение, $|\psi\rangle$ - собственный вектор.

Операторы наблюдаемых величин

В квантовой механике, наблюдаемые величины, такие как энергия, импульс, спин и другие физические величины, описываются с помощью операторов. Операторы наблюдаемых величин играют ключевую роль в предсказании результатов измерений и определении вероятностей различных значений.

Связь между операторами и наблюдаемыми величинами

Каждой наблюдаемой величине, такой как энергия или импульс, соответствует оператор. Этот оператор действует на квантовое состояние и предсказывает значения, которые можно получить при измерении соответствующей величины. Например, энергия описывается оператором \hat{E} , импульс - оператором \hat{P} , а спин - оператором \hat{S} .

Спектр собственных значений

Операторы наблюдаемых величин имеют набор собственных значений, которые представляют возможные результаты измерений. Когда оператор

действует на собственный вектор, он возвращает собственное значение, умноженное на этот вектор. Например, оператор энергии \hat{E} , действующий на собственный вектор $|E\rangle$, дает результат $E|E\rangle$, где E - собственное значение энергии.

Средние значения и вероятности

С помощью операторов наблюдаемых величин мы можем вычислить средние значения физических величин и вероятности получения определенных значений при измерениях. Среднее значение наблюдаемой величины A в состоянии $|\psi\rangle$ вычисляется как $\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$, где \hat{A} - оператор наблюдаемой величины. Вероятность получения определенного значения a при измерении A в состоянии $|\psi\rangle$ определяется как $|\langle a|\hat{A}|\psi\rangle|^2$, где $|a\rangle$ - собственный вектор оператора \hat{A} с собственным значением a .

Коммутационные соотношения

Операторы наблюдаемых величин могут коммутировать или не коммутировать между собой. Коммутатор операторов \hat{A} и \hat{B} определяется как $[\hat{A}\hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$. Коммутационные соотношения между операторами могут давать информацию о их взаимосвязи и ограничивать точность одновременного измерения различных величин.

Представление операторов

Операторы наблюдаемых величин могут быть представлены в различных базисах. Например, операторы координаты и импульса могут быть представлены в координатном или импульсном пространстве. Используя различные представления, мы можем более удобно описывать и анализировать физические системы и их взаимодействия.

Примеры операторов в квантовой механике

В квантовой механике существует множество операторов, которые описывают различные наблюдаемые величины и их измерения. Вот несколько примеров операторов в квантовой механике:

1. Оператор положения (\hat{X}): Этот оператор определяет положение частицы в пространстве. В одномерном случае он действует на волновую функцию и возвращает значение положения частицы.

2. Оператор импульса (\hat{P}): Этот оператор связан с движением частицы и определяет ее импульс. Он действует на волновую функцию и возвращает значение импульса.
3. Оператор энергии (\hat{H}): Этот оператор соответствует энергии системы. Он действует на волновую функцию и возвращает значение энергии.
4. Оператор спина (\hat{S}): Этот оператор связан с внутренним свойством частицы, известным как спин. Он действует на волновую функцию и возвращает значение спина.
5. Оператор проекции спина по определенному направлению (\hat{S}_z): Этот оператор измеряет проекцию спина частицы на заданное направление, обычно ось z . Он действует на волновую функцию и возвращает значение проекции спина.
6. Оператор момента импульса (\hat{L}): Этот оператор связан с моментом импульса частицы и описывает ее вращательное движение. Он действует на волновую функцию и возвращает значение момента импульса.
7. Оператор проекции момента импульса по определенному направлению (\hat{L}_z): Этот оператор измеряет проекцию момента импульса частицы на заданное направление, например, ось z . Он действует на волновую функцию и возвращает значение проекции момента импульса.
8. Оператор спина-орбитального взаимодействия $\hat{L} \cdot \hat{S}$: Этот оператор описывает взаимодействие между моментом импульса и спином частицы. Он действует на волновую функцию и возвращает значение спина-орбитального взаимодействия.

Это лишь некоторые примеры операторов в квантовой механике. В действительности существует множество других операторов, которые описывают различные физические величины и их измерения в квантовой механике. Каждый оператор имеет свои собственные значения и собственные состояния, которые определяют результаты измерений.

Литература

1. A.S.Kalilaev, I.A.Atashov. International Journal of Education, Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers. ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 8.09 Impact factor. 2024 Published: |22-04-2024| “BA-137 M

IZOTOPINING YARIM YEMIRILISH DAVRINI ANIQLASH”
LABORATORIYA ISHIDA RADIOAKTIV YEMIRILISHGA OID
PARAMETLARNI O’RGANISH. <https://doi.org/10.5281/zenodo.10990086>

2. Atashov I.A, A.A.Abdreymov «MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 3 / ISSUE 4 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ FIZIK FORMULA
QANDAY ISHLAB CHIQLADI <https://doi.org/10.5281/zenodo.11044804>

3. I.A.Atashov, J.R.Xojamuratova «MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 3 / ISSUE 4 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ. FIZIKADAN
MÁSELELER TÚRLERİ HÁM OLARDI SHESHİW USILLARI.
<https://doi.org/10.5281/zenodo.11004477>

4. "Принципы квантовой механики" автора Ричарда Фейнмана, Роберта
Бормана и Альберта Хеллера.

5. "Квантовая механика и путь интеграла" автора Ричарда Фейнмана и
Альберта Хеллера.

6. "Квантовая механика: концепции и приложения" автора Нури Заима-
Майза.

7. "Принципы квантовой механики" автора Р. Шанкара.

8. "Квантовая механика: постулаты и принципы" автора В. И. Ман'ко и Ю.
И. Ман'ко.

9.