

KALIBRLASHDAGI NOANIQLIK TAHLILI VA UNI MINIMALLASHTIRISH USULLARI

Tilavxanova Linda Raxmetulla qizi

Berdaq nomidagi Qoraqalpoq davlat universiteti, “Elektr muhandisligi va metrologiya” kafedrası o‘qituvchisi.

Annotatsiya: Ushbu maqolada kalibrlash jarayonlarida o‘lchash noaniqligini baholashning zamonaviy yondashuvlari tahlil qilingan. GUM-93 qo‘llanmasining amaliyotdagi cheklovlari, xususan, standart noaniqlikni chiziqli modellar yordamida baholash, kirish kattaliklarining ehtimollik zichligi funksiyasini aniqlashdagi murakkabliklar hamda kengaytirilgan noaniqlikni konservativ baholash kabi kamchiliklari ko‘rsatib o‘tilgan. JCGM tomonidan taklif etilgan yangilangan hujjatlar (JCGM 100 CD) va Bayes yondashuvi ushbu kamchiliklarni bartaraf etishga xizmat qilishi tahlil etilgan. Maqolada Monte-Karlo usulining (MMK) GUM-ga qo‘shimcha sifatida qo‘llanilishi, uning afzalliklari hamda sinov va kalibrlash laboratoriyalarida amaliyotga joriy etilishiga to‘sqinlik qilayotgan omillar ko‘rib chiqilgan. Bayes yondashuvi asosida o‘lchash modelini qurish, kirish kattaliklarining standart noaniqliklari va kovariatsiyalarini baholash, ularning taqsimot qonunlari asosida o‘lchash natijasining ehtimollik zichligini aniqlash algoritmi bosqichma-bosqich yoritilgan. Shuningdek, standart noaniqlikni baholashning statistik usullari, takrorlanuvchi o‘lchovlar asosida o‘rtacha qiymatni aniqlash, Student taqsimotiga asoslangan baholash va tuzatma kiritilgan holda noaniqlikni hisoblash formulalari keltirilgan. Bayes yondashuvi va MMK asosidagi algoritmlarning GUM tamoyillarini to‘ldiruvchi hamda noaniqlikni yanada aniqroq baholash imkoniyatlarini berishi ilmiy asoslangan. Maqola natijalari kalibrlash jarayonida o‘lchash noaniqligini baholashning takomillashgan usullari sifatida Bayes va Monte-Karlo yondashuvlarini qo‘llashning dolzarbligini ko‘rsatadi.

Kalit so‘zlar: o‘lchash noaniqligi, GUM-93, kengaytirilgan noaniqlik, Bayes yondashuvi, Monte-Karlo usuli, JCGM 100 CD, ehtimollik zichligi funksiyasi (PDF), kirish kattaliklari, kovariatsiya, kalibrlash jarayonlari, standart noaniqlik, metrologiya.

"O‘lchash noaniqligini ifodalash bo‘yicha qo‘llanma" (GUM-93) ning 30 yillik xalqaro qo‘llanilishidan so‘ng 2013-yilda uni ishlab chiquvchilarning uni qayta ko‘rib chiqish zarurligi to‘g‘risidagi jamoaviy taklifi bilan yakunlandi. Bu qarorning asosida quyidagi bir necha sabablar yotar edi:

1. Xatoliklar nazariyasining huquqiy vorisi sifatida, GUM-93 da noaniqlik tushunchasi, terminologiyadagi sezilarli o'zgarishlarga qaramay, model yondashuvini amalga oshirishning o'xshash asosiy tamoyillari asosida qurilgan:

- yig'indi standart noaniqlikni hisoblashda chiziqli yoki yaxshi chiziqli modellar uchun o'rinli bo'lgan noaniqlikning tarqalish qonuni (3RN) (dispersiyalarni qo'shish qoidasi) qo'llanilgan;
- har xil turdagi kirish kattaliklarining standart noaniqliklarini topishda ehtimollikning turli xil talqinlaridan foydalaniladi: A turdagi standart noaniqliklar kuzatilayotgan chastotalar taqsimotidan olingan ehtimollik zichligi funksiyasi (PDF) bo'yicha aniqlanadi, B turdagi standart noaniqliklar esa aprior ma'lumotlar asosida kirish kattaliklariga tegishli bo'lgan taxminiy PDF dan aniqlanadi.

Kengaytirilgan noaniqlik hisob-kitoblarini soddalashtirishga intilish GUM ishlab chiquvchilarini markaziy limit teoremasiga tayanuvchi, Uelch-Satterveyt formulasi bilan aniqlanadigan erkinlik darajalarining samarali soni bilan o'lchanadigan kattalikning zichligini PDF taqsimoti bilan tavsiflashning yetarliligi haqidagi boshi berk fikrga olib keldi.

Monte-Karlo usuli (MMK) asosida GUMga 1-qo'shimchani (GUM-S1) ishlab chiqish GUM-93 ning sanab o'tilgan kamchiliklarini bartaraf etish imkonini berdi. Biroq, MMK Bayes yondashuvining amalga oshirilishi bo'lganligi sababli, GUM-93 va GUM-S1 protseduralari yordamida olingan o'lchanayotgan kattalikning standart noaniqlik baholari son jihatdan farq qiladi. Ya'ni, GUMga qo'shimcha GUMning o'zi bilan ziddiyatga kirishdi.

Bundan tashqari, sinov va kalibrlash laboratoriyalarida MMKdan bevosita foydalanishga quyidagi omillar to'sqinlik qiladi:

- akkreditatsiyadan o'tgan laboratoriyada MMKni amalga oshirish uchun sertifikatlangan ixtisoslashtirilgan dasturiy vositaning mavjudligi zarurligi;
- hozirda mavjud bo'lgan MMKni amalga oshiruvchi dasturiy vositalar bilan o'lchash noaniqligining to'liq byudjetini olishning imkoni yo'qligi;
- Nazorat qiluvchi organlar tomonidan keyingi tekshiruvlar uchun MMK asosida noaniqlikni baholash tartibini hujjatlashtirishning imkoni yo'qligi.

Metrologiya bo'yicha qo'shma qo'mita (JCGM) ning WG-1 ishchi guruhi tomonidan yangi qo'llanmaning birinchi versiyasi ishlab chiqildi: JCGM 100 CD. Yangi Yo'riqnomaga Bayescha yondashuv asos qilib olindi. JCGM 100 CD 2014-yil oxirigacha JCGMga a'zo tashkilotlar, milliy metrologiya institutlari va boshqa qabul qiluvchilar orasida tarqatildi, ulardan 1000 dan ortiq sharhlar olindi va asosan salbiy bo'lib chiqdi. JCGM 100 CD uchun asosiy da'volar quyidagilardan iborat edi:

1. JCGM 100 CD asosiga, GUM singari, ZPH qo'yilgan, bunda o'lchash tenglamasini birinchi tartibli Teylor qatoriga yoyish asosida qurilgan ifodalarning

qo'llanish diapazoni aniqlanmagan. ZPNni yozishda ikkinchi tartibli hadlardan foydalanish faqat Gauss taqsimotlari uchun to'g'ri bajarilgan;

2. JCGM 100 CD da taklif etilgan kengaytirilgan noaniqlikni baholash usuli o'lchanayotgan kattalikning taqsimot qonunlariga bog'liq emas: Chebishev va Gauss tengsizliklaridan olingan konservativ qamrov koeffitsiyentlari markaziy limit teorema shartlari bajarilganda ham kengaytirilgan noaniqlikning 50% gacha oshirilgan bahosini beradi.

Yuqoridagilardan kelib chiqqan holda, Bayes yondashuviga asoslangan va keltirilgan kamchiliklarni bartaraf etuvchi o'lchashlar noaniqligini baholash tartibini ishlab chiqish dolzarb bo'lib qolmoqda.

Bayes yondashuvi asosida GUMni amalga oshirishning taklif etilayotgan algoritmi

1. O'lchashlarni modellashtirish

O'lchashning maqsadi o'lchanayotgan kattalik va u bilan bog'liq standart noaniqlikning eng yaxshi bahosini olishdir. Ko'p hollarda o'lchanayotgan kattalik o'lchash modeli $u(y)$ orqali boshqa (kirish) X_1, X_2, \dots, X_N kattaliklar bo'yicha aniqlanadi:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N). \quad (1)$$

GUM-93 va JCGM 100 CD qo'llanmalari chiziqli modellar yoki o'lchanayotgan kattalik bahosini olish aniqligini va u bilan bog'liq standart noaniqlikni yomonlashtirmasdan chiziqilashtirish mumkin bo'lgan modellar uchun mo'ljallangan. Nochiziqli modellar uchun noaniqlikni baholash GUM-S1 da yoritilgan.

(1) model bir o'lchovli, chunki u yagona o'lchanadigan kattalikka ega. Boshqa modellar, shu jumladan ko'p o'lchovli va yashirin modellar GUM-S2 da ko'rib chiqiladi. O'lchashni modellashtirishning umumiy masalalari hozirda ishlab chiqilayotgan JCGM-103 qo'llanmasida batafsil muhokama qilinadi.

2. Kirish kattaliklari, ularning standart noaniqliklari va kovariatsiyalarini baholash.

Kirish qiymatlarini quyidagicha tasniflash mumkin:

- qiymatlari va noaniqliklari bevosita ushbu o'lchashda aniqlanadigan va o'lchash vositasining (O'V) yagona ko'rsatkichidan yoki takrorlanuvchi ko'rsatkichlardan olinishi mumkin bo'lgan kattaliklar;
- SI ko'rsatkichlariga tuzatmalar va atrof-muhit harorati, barometrik bosim va namlik kabi kirish kattaliklariga ta'sir qiluvchi tuzatmalar;
- qiymatlari va noaniqliklari o'lchovlarga kalibrlangan etalonlar, sertifikatlangan standart namunalarda va ma'lumotnomalarda ko'rsatilgan chiqish ma'lumotlari kabi tashqi manbalardan kiritilgan kattaliklar.

- Agar bevosita shu o'lchashda kattalikning SI dagi X_i yagona ko'rsatkichi olingan bo'lsa, u holda bu ko'rsatkich shu kattalikning qiymati bo'ladi.

Ushbu kattalikning standart noaniqligi (instrumental standart noaniqlik) O'V kalibrlash sertifikatidan olingan ma'lumotlardan aniqlanadi: kengaytirilgan instrumental noaniqlik U_{pi} va qamrov koeffitsiyenti k_{pi} asosida:

$$u_{ti} = \frac{U_{pi}}{k_{pi}}, \quad (2)$$

bu yerda k_{pi} - ishonch darajasi bo'lib, odatda "taxminan 0,95" ni tashkil etadi, ya'ni aniq 0,9545 ga teng.

Agar bevosita ushbu o'lchovda O'O ning takrorlanuvchi ko'rsatkichlari $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ olingan bo'lsa, u holda ushbu kattalikning x_i qiymati sifatida ularning o'rtacha arifmetik qiymati \bar{x}_i qabul qilinadi:

$$x_i = \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n x_{i,r} \quad (3)$$

Bu holda o'lchash modeliga tasodifiy xatolikka tuzatma ε_i qo'shiladi, uning qiymatlari $\varepsilon_i = 0$ teng, standart noaniqlik esa quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$u(\varepsilon_i) = \sqrt{\frac{1}{n(n-3)} \sum_{r=1}^n (x_{i,r} - \bar{x}_i)^2} \quad (4)$$

Ushbu tuzatishga erkinlik darajasi $v_i = n - 1$ bo'lgan siljimagan masshtablangan Student taqsimoti beriladi. Kirish kattaliklarining standart noaniqliklarini bunday baholash faqat ko'p martalik o'lchashlarning normal taqsimlangan natijalari uchun ma'noga ega $n_j \geq 4$ va o'rinli bo'ladi.

Agar ikkita tuzatish $\varepsilon_i, \varepsilon_j$ o'rtasida korrelyatsiya kuzatilsa, ularning kovariyatsiya qiymatlari quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \frac{1}{n(n-4)} \sum_{r=1}^n (x_{i,r} - \bar{x}_i)(x_{j,r} - \bar{x}_j) \quad (5)$$

3. O'lchash natijasining son qiymatini hisoblash.

JCGM 110 CD da o'lchanayotgan kattalikning Y bahosi (1) model tenglamasiga kirish X_1, X_2, \dots, X_N kattaliklarining x_1, x_2, \dots, x_N baholarini qo'yish orqali hisoblanadi:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (6)$$

Nochiziqli modelda bunday baholash usuli faqat ushbu baholarda noaniqlik bo'lmagandagina aniq natija beradi. Kirish kattaliklarida u_1, u_2, \dots, u_n sezilarli noaniqliklar mavjud bo'lganda, bu usul o'lchanayotgan kattalik bahosining siljishiga olib keladi.

$$\Delta_y = - \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N c_{ii}^2 u_i^2 + \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^i c_{ij} \text{cov}(x_i, x_j) \right], \quad (7)$$

bu yerda $c_{ii} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_i^2}$, $c_{ij} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j}$ va $\text{cov}(x_i, x_j)$ - mos ravishda Y dan X_i ikkinchi tartibli xususiy hosila, Y dan X_i, X_j ikkinchi tartibli aralash xususiy hosila X_i, X_j va kovariyatsiya bo'lib, ular $X_1 = x_1, \dots, X_N = x_N$; u_i - X_i ning standart noaniqlikda baholangan.

Olingan siljish qiymati $u_0(y)$ keyingi bo'limda olinadigan qiymat bilan taqqoslanadi. Agar quyidagi tengsizlik bajarilsa:

$$|\Delta_y| \geq \frac{1}{3} u_0(y) \quad (8)$$

o'lchanayotgan kattalikning siljimagan bahosini quyidagi formula bo'yicha olish uchun (5) ga tuzatma sifatida (7) siljishni hisobga olish zarur:

$$y_0 = y - \Delta_y \quad (9)$$

4. O'lchanayotgan kattalikning standart noaniqligini hisoblash

Agar model tenglama (1) formula bilan ifodalangan bo'lsa, u holda birinchi yaqinlashishda o'lchanayotgan kattalikning standart noaniqligini $u(y)$ baholash quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$u^2(y) = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^N c_i c_j \text{cov}(x_i, x_j) u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u_i^2 + 2 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{i-1} c_i c_j \text{cov}(x_i, x_j) \quad (10)$$

bu yerda $c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$, $c_j = \frac{\partial y}{\partial x_j}$ - sezgirlik koeffitsiyentlari bo'lib, ular Y ning tegishli xususiy hosilalari hisoblanadi va $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$ da baholanadi.

Ushbu bahoning siljishini aniqlash uchun quyidagi kattalik hisoblanadi:

$$\Delta_{u^2} = - \left[\frac{1}{4} \sum_{i=1}^N c_{ii}^2 (\eta_i + 2) u_i^4 + \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{i-1} c_i c_j u_i u_j \right], \quad (11)$$

bu yerda η_i - quyidagi jadvaldan olinadigan i -chi kirish kattaligining taqsimlanish eksnessi. Jadvalda $\alpha = u_2/u_1$ - trapetsiyasimon taqsimot qonunining parametri, bu yerda u_1, u_2 - trapetsiyasimon taqsimotni tashkil etuvchi ikkita bir xil taqsimot qonunining standart noaniqliklari. Kalibrlash sertifikatida ko'rsatilgan qiymatiga ko'ra Student taqsimoti qonuni uchun parametri $k_{0,9545}$ va v_{eff} erkinlik darajalarining samarali sonini aniqlash uchun muallif tomonidan ishlab chiqilgan nomogrammalardan foydalaniladi.

Kirish kattaliklarining turli taqsimot qonunlari uchun eksness qiymatlari

	Arksinusl i	Bir tekis	Trapetsiyasimo n	Uchburcha k	Norma l	Talab a
--	----------------	--------------	---------------------	----------------	------------	------------

η	-1,5	-1,2.	$-1,2 \frac{(1 + \alpha^4)}{(1 + \alpha^2)^2}$	-0,6.	0	$\frac{6}{v - 4}$
$k_{0,9545}$	1,411	1,65 3	1,653...1,927	1 927	2.	>2

Olingan siljish qiymati $u(y)$ (9) qiymat bilan taqqoslanadi. Agar quyidagi tengsizlik bajarilsa:

$$|\Delta_{u^2}| \geq 0,1u^2(y) \quad (12)$$

(10) siljishni (9) ga tuzatma sifatida hisobga olish zarur, bunda o'lchanayotgan kattalikning siljimagan bahosini quyidagi formula bo'yicha olamiz:

$$u_0^2(y) = u^2(y) - \Delta_{u^2}. \quad (13)$$

5. O'lchanayotgan kattalikning kengaytirilgan noaniqligini hisoblash.

O'lchanayotgan kattalikning kengaytirilgan noaniqligini $U(y)$ quyidagi formula bo'yicha hisoblash tavsiya etiladi:

$$U(y) = k(\eta)u(y), \quad (14)$$

bu yerda $k(\eta)$ - o'lchanayotgan kattalikning taqsimlanish eksessiga η bog'liq bo'lgan qamrov koeffitsiyenti, u quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\eta = \left(\sum_{j=1}^m \eta_j c_j^4 u_j^4 \right) / u^4(y). \quad (15)$$

η aniqlangandan so'ng, $k = 0,95$ uchun qamrov koeffitsiyenti quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$k(\eta) = \begin{cases} 0,1085\eta^3 + 0,1\eta + 1,96, & \text{при } \eta < 0; \\ 1,96, & \text{при } \eta \geq 0. \end{cases} \quad (16)$$

Eksesslar usuli bilan olingan kengaytirilgan noaniqlik baholarining MMK yordamida olingan baholardan chetlanishlari kirish kattaliklarini takroriy o'lchashlar soni 5 tadan oshmasligi ko'rsatilgan.

Shuni ta'kidlash kerakki, (7) tengsizlikning bajarilishi o'lchanayotgan kattalikning siljishi mavjudligi uning taqsimot qonunining assimetriyasini ko'rsatadi. Bu holda kengaytirilgan noaniqlikni topish uchun MMK dan foydalanish kerak.

GUM-93 ning kamchiliklari uni qayta ko'rib chiqish zaruriyatini keltirib chiqardi. Yangilangan JCGM 100 CD qo'llanmasining birinchi nashri mukammal emasligi uni metrologik amaliyotda qo'llash imkonini bermaydi.

O'lchanayotgan kattalikning siljimagan bahosini olish uchun ham statistik, ham statistik bo'lmagan usullar bilan baholangan kirish kattaliklarining noaniqliklari mavjud bo'lganda yaroqli bo'lgan (6) ifodani qo'llash zarur.

O'lchash tenglamasini ikkinchi tartibli Teylor qatoriga yoyish asosida qurilgan CBH asosida nohiziqli model tenglamalar uchun o'lchash kattaligining standart noaniqligining siljimagan bahosini olish, kirish kattaliklarining har qanday taqsimot qonunlari uchun kirish kattaliklarining ekstsesslarini hisobga oluvchi ifoda asosida amalga oshirilishi mumkin.

Ekstsesslar usulidan foydalanish simmetrik taqsimotlar uchun kirish kattaliklarining taqsimlanish qonunlarini va o'lchash modelini chiziqli approksimatsiyalash imkoniyatini hisobga olgan holda kengaytirilgan noaniqlik baholarini olish imkonini beradi. Ekstsesslar usuli bilan olingan kengaytirilgan noaniqlik baholarining MMK yordamida olingan baholardan og'ishi $\pm 2,5\%$ kirish kattaliklarini takroriy o'lchashlar soni 5 dan oshmasligi ko'rsatilgan.

Mualliflar tomonidan taklif etilgan yondashuvlar JCGM 100 CD kamchiliklarini bartaraf etuvchi Bayes usuli asosida o'lchashlar noaniqligini ifodalash bo'yicha qo'llanmani yaratish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. П.Р.Исмагуллаев, П.М.Матякубова, Ш.А.Тўраев (проф. П.Р.Исмагуллаев тахририда) Метрология, стандартлаштириш ва сертификатлаштириш.- Тошкент: LESSON PRESS, 2015. 420 б.
2. Довыденко О.В., Самойленко А.И., Петроневиц В.В. Система метрологического обеспечения прослеживаемости измерений характеристик геометрии масс // Измерительная техника. 2020. № 12. С. 28-34. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-12-28-34>.
3. Boyton R. Measuring weight and all three axes of center of gravity of rocket motor without having to re-position the motor // Proceeding of the 61th Annual Conference of the Society of Allied Weight Engineers, Virginia Beach, Virginia, USA, May 20-21, 2002, 22 p.
4. Мельников В.Г. Методы и приборы измерения инерционных параметров тел и формирования качественных параметров нелинейных твердотельных систем : автореф. дис. ... д-ра тех. наук: 05.11.01/ Мельников Виталий Геннадьевич. С-Пб., 2013. 36 с.
5. Куприков Н.М. Структурно-параметрический анализ влияния моментно-инерционного фактора на облик самолета арктического базирования : автореф. дис. ... канд. тех. наук: 05.07.02/ Куприков Никита Михайлович. М., 2015. 24 с.