

УДК 625.731.8

## РАСЧЕТЫ ДОРОЖНОЙ ОДЕЖДЫ С УЧЕТОМ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРМИРУЮЩЕЙ СЕТКИ

Ст. преп., (PhD) Д.А.Каюмов<sup>1)</sup>

Студент гр. YMAS-6 Shaxzod Rajabov<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Ташкентский государственный транспортный университет (Ташкент, Республика Узбекистан) [Dilshod\\_Kayumov77@mail.ru](mailto:Dilshod_Kayumov77@mail.ru).

<sup>2)</sup>Ташкентский государственный транспортный университет (Ташкент, Республика Узбекистан)

**Аннотация.** Теоретически проанализировано о целесообразности и эффективности применения армирующей прослойки в дорожной конструкции. Предлагается решить задачу в рамках теории упругости и на основе решения контактных задач с учетом особенностей работы зернистых материалов в контактной зоне с подстилающим грунтом, установив их влияние на поведение конструкции в целом. Даны теоретические выкладки по определению коэффициента, который характеризует степень снижения горизонтальных деформаций и касательных напряжений в плоскости контакта при армировании зернистых оснований сетками.

**Ключевые слова:** зернистый материал, нормальные напряжения, касательные напряжения, контактная зона, армирующая зона, коэффициент армирования

**Введение.** Состояние изученности работы слабосвязных зернистых материалов в слоях дорожных одежд пока не позволило разработать метод расчета, достаточно полно учитывающий особенности поведения этих материалов. Указанные особенности связаны с дискретностью структуры зернистых материалов и проявляются: во первых в изменении прочностных характеристик этих материалов в зависимости от того, как они размещены в слоистой конструкции и каковы деформативные свойства окружения слоев, во-вторых в характере передачи этими материалами приложенного к ним давления на нижележащий грунт.

Зернистый материал в контактной зоне с подстилающим грунтом можно отнести к распорным системам, так как любые два зерна, опираются друг на

друга и на подстилающий грунт способны создать на его поверхности касательные напряжения от вертикального давления. Вследствие этого, касательные напряжения в плоскости контакта системы «зернистый материал-подстилающий грунт» должны быть выше, чем касательные напряжения в плоскости контакта системы «сплошной материал-подстилающий грунт».

Используя известные решения теории упругости и контактных задач теории упругости [1] покажем, что наличие касательных напряжений в плоскости контакта влияет на напряженное состояние нижележащего полупространства,

Анализ работ, связанных с исследованиями контактной прочности материала, показывает, что наличие наряду с вертикальной, дополнительной касательной нагрузки на поверхности контакта существенно влияет на напряженное состояние материала, снижая его прочность по сдвигу. Присутствие касательных нагрузок изменяет распределение напряжений в зоне контакта, увеличивая максимальные касательные напряжения и приближая их к поверхности [2]. В предельном случае сочетания внешних нормальных и касательных сил, максимальные касательные напряжения выходят на поверхность контакта, обуславливая поверхностный критерий разрушения.

Особенно заметно влияние касательной составляющей нагрузки на поверхности контакта сказывается в условиях многократного приложения нагрузки [3]. Для дорожных конструкций с промежуточными зернистыми слоями влияние соответствующим образом направленных повышенных касательных напряжений в плоскости контакта зернистого материала с подстилающим грунтом будет неблагоприятно сказываться с точки зрения критерия прочности по сдвигу в грунте, подстилающим дискретный слой. В условиях многократного нагружения это должно уменьшить долговечность конструкции.

Обзор исследований по армированию зернистых материалов показывает, что имеющийся опыт армирования преимущественно связан с конструкциями, работающими в стадии значительных деформаций, величина которых на поверхности дорожной одежды измеряется несколькими миллиметрами. В этой стадии деформирования армирующий эффект прослойки часто объясняют ее способностью работать как мембрана. Однако такой механизм не в состоянии объяснить работу прослойки с реальными деформативными характеристиками в малодеформируемых системах, и в частности, в конструкциях дорожных одежд капитального и

усовершенствованного типа, величина упругого прогиба на поверхности которых измеряется долями миллиметра.

Вопрос о целесообразности и эффективности применения армирующей прослойки в дорожной конструкции можно решить на основе учета особенностей работы зернистых материалов в контактной зоне с подстилающим грунтом, установив их влияние на поведение конструкции в целом.

**Актуальность работы.** В практике строительства широко распространены дорожные одежды, в том числе и капитального типа, промежуточные конструктивные слои, которых выполнены из щебня, гравия и других необработанных вяжущих зернистых материалов. Опыт эксплуатации показывает, что эти дорожные одежды имеют существенный недостаток. Зернистый материал способствует образованию микросдвигов в контактной зоне с грунтом, которые под действием многократного приложения нагрузок активно накапливаются, нарушая покрытия и при этом ухудшая транспортно-эксплуатационные показатели дороги.

В настоящее время применение рекомендаций по применению укрепления зернистых слоев, в силу причин, связанных с условными технологиями объем применения зернистых оснований, остается большим.

Одним из решений этой проблемы может служить армирование оснований из зернистых материалов геотекстильными прослойками в виде сеток.

В статье предложена расчетная схема, объясняющая механизм влияния армирующей сетки, уложенной на контакте дискретного слоя дорожной одежды с подстилающим грунтом на напряженно-деформированное состояние грунта под сеткой

**Новизна работы состоит** - расчетные зависимости в рамках задач теории упругости, позволяющих в рамках существующей теории расчета дорожных одежд нежесткого типа учесть влияние армирующей сетки на напряженное состояние грунта в зависимости от деформативных характеристик сетки и грунта,

**Методы исследования.** В соответствии с теорией дискретной среды [4] для зернистого слоя, являющегося распорной системой, касательные напряжения связаны с нормальными в виде:

$$\tau(r) = -\nu z \frac{\partial \sigma_z}{\partial r}$$

(1)

где  $\nu$  - коэффициент бокового давления (распора).

Воспользуемся решением из [4] в порядке первого приближения считаем, что нормальные и касательные напряжения в плоскости контакта зернистого материала с подстилающим грунтом имеют соответственно следующее распределение

$$\sigma_z = PR \int_0^{\infty} J_0(r, x) J_1(R, x) \exp\left(-\frac{\nu z^2 x^2}{2}\right) dx; \quad (2)$$

$$\tau(r) = \frac{PR}{z} \exp\left(-\frac{R^2 + r^2}{2\nu z^2}\right) J_1\left(\frac{Rr}{\nu z^2}\right) \quad (3)$$

где  $J_0(r, x)$ ,  $J_1(R, x)$ -функции Бесселя первого рода соответственно нулевого и первого порядка. Схема распределения этих напряжений показана на рис. 1.

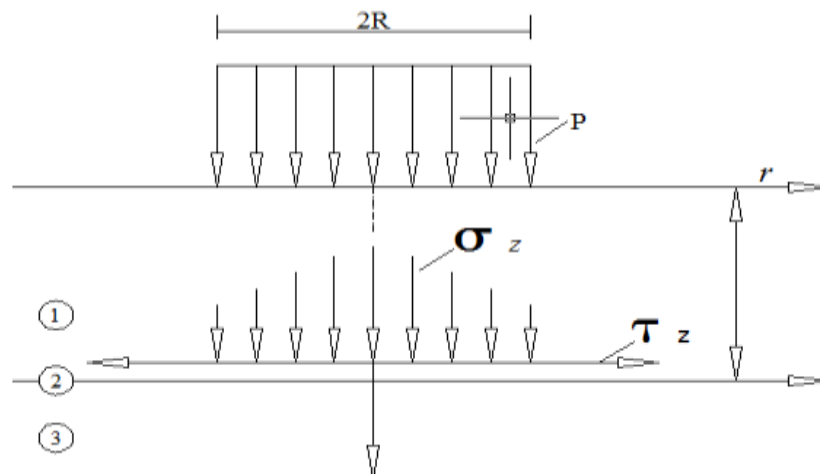


Рисунок 1 – Схема распределения нормальных и касательных напряжений в плоскости контакта зернистого материала с подстилающим грунтом

1 – зернистый материал; 2 – контактная зона;  
3 – подстилающий грунт

Figure 1 - the Scheme of distribution normal and tangents of pressure in a plane of contact of a granular material with a spreading ground

1 - a granular material; 2 - a contact zone;  
3 - a spreading ground

Для оценки напряженного состояния грунта под слоем зернистого материала рассмотрим полупространство ниже контактной зоны, нагруженное

нормальной и касательной нагрузками, распределение по (2) и (3). Согласно решениям задач теории упругости и контактных задач теории упругости [1] известно, что наличие на поверхности контакта наряду с нормальными, соответствующим образом направленных касательных напряжений (рис.1) способствует снижению максимальных главных напряжений  $\sigma_3$  и увеличению максимальных сдвигающих напряжений  $\tau_{\max}$  в нагруженной системе (полупространстве).

Армирование зернистого материала в контактной зоне с подстилающим грунтом прослойками в виде сеток ограничивает передачу касательных напряжений  $\tau(r)$  на грунт за счет того, что при совместной работе сетки с дискретным материалом слоя, обеспечивая их зацеплением, касательные напряжения частично воспринимаются сеткой.

Величина упругого прогиба на поверхности дорожной одежды определяется главным образом вертикальными нормальными напряжениями. Поскольку введение прослойки мало влияет на величину и распределение этих напряжений, армирование должно мало влиять на упругий прогиб.

Влияние снижения  $\tau_{a,\max}$  в результате армирования можно учесть в расчете дорожной одежды по сдвигу в подстилающем грунте, введя в выражение условия предельного равновесия при расчете армирования дорожной одежды коэффициент  $K_{\text{эф}}^\varphi$ , понижающий расчетные сдвигающие напряжения:

$$\tau_{a,\max} / K_{\text{эф}}^\varphi + K_{\text{эф}}^\varphi K_{\text{эф}}^\varphi \tau_g \leq T_{\text{дон}} \quad (4)$$

где  $\tau_g$  и  $T_{\text{дон}}$  - соответственно активное напряжение сдвига от веса или лежащих слоев и допустимого напряжению сдвига, МПа;  $K_{\text{эф}}^\varphi$  - коэффициент, который можно назвать коэффициентом эффективности армирования, определяемый как отношение  $\tau_{a,\max}$  в конструкции без сетки  $\tau_{a,\max}^*$  и конструкции с сеткой

$$K_{\text{эф}}^\varphi = \frac{\tau_{a,\max}}{\tau_{a,\max}^*}$$

(5)

Максимальное активное сдвигающие напряжения в подстилающем грунте можно определить через главные максимальные  $\sigma_1$  и минимальные  $\sigma_3$  напряжения по известной зависимости:

$$\tau_{a,\max} = \frac{1}{2 \cos \varphi} [(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi]$$

(6)

Для армированной конструкции эту зависимость можно записать :

$$\tau_{a,\max}^* = \frac{1}{2 \cos \varphi} [(\sigma_1^* - \sigma_3^*) - (\sigma_1^* + \sigma_3^*) \sin \varphi]$$

(7)

где  $\varphi$  - угол внутреннего трения грунта, град; \*- индекс, соответствующий параметрам армированной дорожной одежды.

При  $\varphi = 0$  выражения (6) и (7) преобразуется в выражение для определения максимальных сдвигающих напряжений  $\tau_{\max}$  и  $\tau_{\max}^*$ , соответственно, в подстилающем грунте неармированной и армированной конструкций. В этом случае (5) можно записать

$$K_{\varphi} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max}^*}$$

(8)

Подставляя (6) и (7) в (5) после некоторых преобразований с учетом соотношения  $2 \tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_3$  получим

$$K_{\varphi} = \frac{\tau_{\max} - (\sigma_1 - \tau_{\max}) \sin \varphi}{\tau_{\max}^* - (\sigma_1^* - \tau_{\max}^*) \sin \varphi}$$

(9)

Разделив числитель и знаменатель на  $\tau_{\max}$  и учитывая (8) и то, что  $\sigma_1 \approx \sigma_1^*$  имеем

$$K_{\varphi} = \frac{K_{\varphi} - (\sigma_1^* / \tau_{\max}^* - K_{\varphi}) \sin \varphi}{1 - (\sigma_1^* / \tau_{\max}^* - 1) \sin \varphi}$$

(10)

При этом учитывая, что  $2 \tau_{\max}^* = \sigma_1^* - \sigma_3^*$ , это выражение примет вид:

$$\sigma_1^* / \tau_{\max}^* = 2 + \sigma_3^* / \tau_{\max}^*$$

(11)

Результаты расчетного напряженного состояния в подстилающем грунте для двухслойных и трехслойных дорожных одежд с использованием решения А.Г.Буленко [5] показывают, что для условий, рассматриваемых в работе, напряжение  $\sigma_3$  в данном расчетном сечении составляют не менее  $0,15 \sigma_1$ . Следовательно, отношение  $\sigma_1^* / \tau_{\max}^*$  с точностью 5% достаточной для

практических расчетов можно принять равным 2. При этом (10) будет иметь вид:

$$K_{\varphi}^{\text{эф}} = \frac{K_{\text{эф}}(1 + \sin \varphi) - 2 \sin \varphi}{1 - 2 \sin \varphi}$$

(12)

Как видно из (12) коэффициент эффективности армирования зависит от степени снижения  $\tau_{\text{max}}$  в подстилающем грунте конструкции при его армировании и угла внутреннего трения  $\varphi$ .

Отсюда следует можно предположить, что степень снижения максимальных сдвигающих напряжений  $\tau_{\text{max}}$  в подстилающем грунте при прочих разных условиях прямо зависит от степени снижения касательных напряжений в плоскости контакта.

Расчетную схему взаимодействия грунта земляного полотна и двух близлежащих щебенков предоставим в виде трехшарнирной фермы (рис.2б).

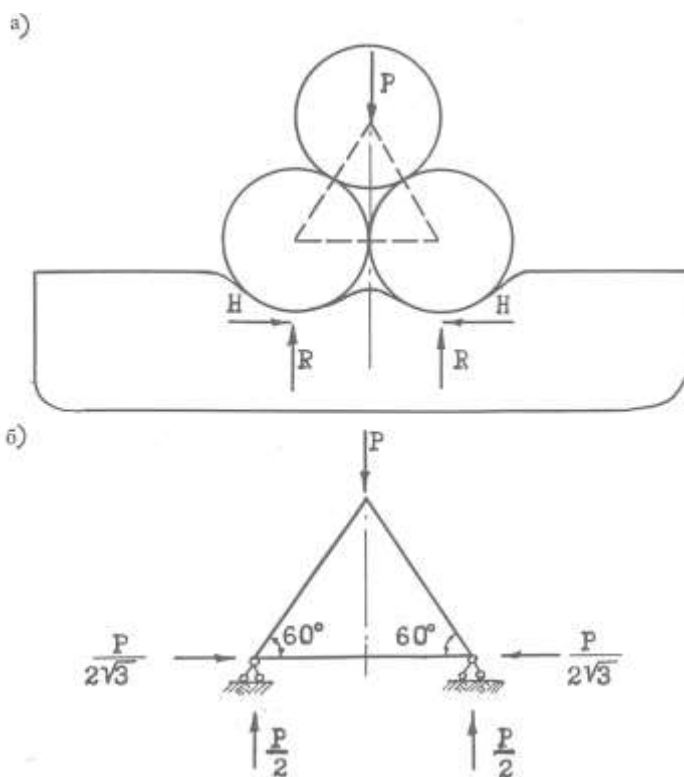


Рисунок 2 – Модель (а) и расчетная схема (б) взаимодействия зернистого материала с подстилающим грунтом

Figure 2 - Model (a) and the settlement scheme (b) interactions of a granular material with a spreading ground

Усилие  $H$  в нижнем поясе фермы можно определить, рассмотрев равновесие системы. Величина этого усилия, выраженная через сосредоточенную нагрузку  $P$ , приложенную в верхнем шарнире равна

$$H = \frac{P}{2\sqrt{3}}$$

(13)

Абсолютное удлинение нижнего пояса зависит от плотности сечения. Допустим, что неармированные щебенки могут быть заменены расчетной схемой (рис.2б) в которой нижний пояс под действием горизонтального усилия  $H$  удлиняется на величину перемещения  $\Delta r$  щебенки, утопленной в грунт на величину  $f$  от действия вертикальной силы  $P/2$  (рис. 3а).

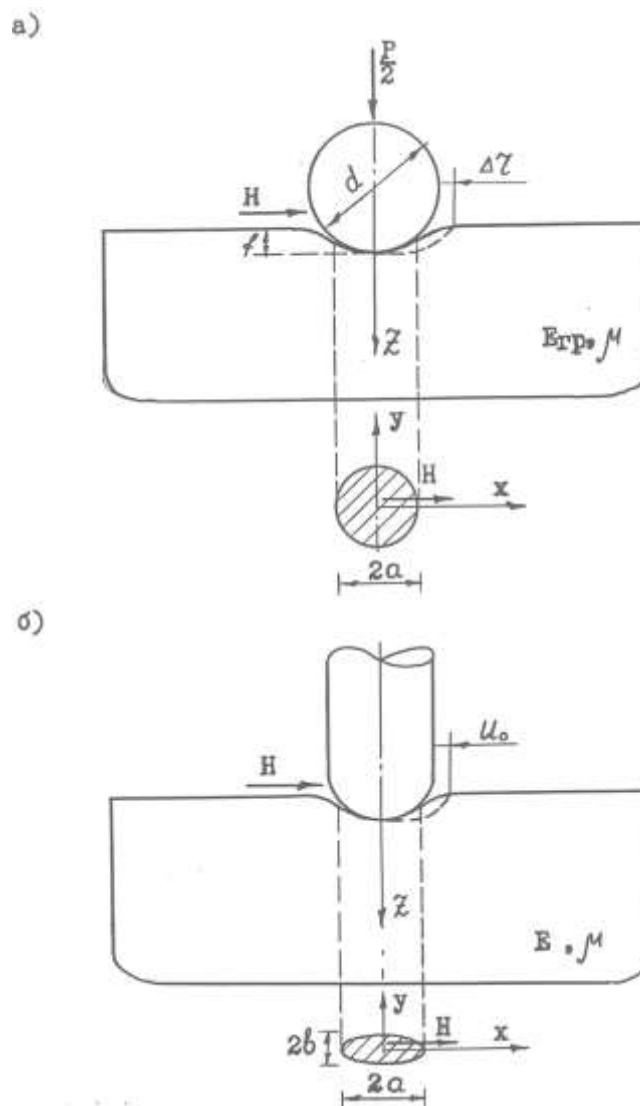


Рисунок 3 – Деформации упругого полупространства при взаимодействии со штампами:



а-шаровидным; б-параболоидным.

Figure 3 - Deformations of elastic semispace at interaction with stamps:

a-spherical; b-paraboloidal

Армированные щебенки могут быть заменены такой же расчетной схемой (рис. 2б), но с нижним поясом, состоящим из двух параллельных стержней различной деформативности. Деформативность одного из них соответствует деформативности стержня из первой расчетной схемы, а деформативность другого соответствует деформативности реального армирующего материала.

Для определения величины перемещения  $\Delta r$  щебенки по схеме, представленной на рис.3а воспользуемся решением задач теории упругости о перемещении штампа эллиптического сечения [6] конец которого очерчен по поверхности эллиптического парабоида (рис.3б).

Перемещения частиц, лежащих по площадке соприкосновения, вызванные действием силы  $H$ , определяются выражениями:

$$u_0 = \frac{3H}{8Ga} \lambda(e)$$

(14)

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

(15)

где  $G$ - модуль сдвига полупространства;  $E$ - модуль упругости полупространства;  $\mu$  - коэффициент Пуассона полупространства;  $\lambda(e)$  - величина, зависящая от отношения  $a^2, b^2$  и  $\mu$  определяемая по графику рис.13 [6].

Полагая, что  $a$  очень мало отличаются от  $b$ , т.е. площадка соприкасания ближе к форме круга с радиусом  $a$ , перепишем выражение (14) для нашего случая (рис. 3а).

После подстановки в (14) вместо  $\lambda(e)$  его значения 0.85, определенного по графику  $a^2: b^2 = 1$  и  $\mu = 0.35$ , и некоторых преобразований выражение примет вид

$$\Delta r = \frac{0.184P(1 + \mu)}{E_p a}$$

(16)

Величина радиуса круговой площадки контакта  $a$  в выражении (16) имеет переменное значение, зависящее от вертикальной силы. Эту величину можно

определить воспользовавшись известным Герца [7] о вдавлении абсолютно жесткого шара в упругое полупространство вертикальной силой  $P/2$ :

$$a = \sqrt[3]{\frac{3Pd(1-\mu^2)}{16E_{cp}}}$$

(17)

Подставляя (17) в (16) и делая преобразования получим горизонтальное перемещение щебенки от совместного действия вертикальной  $P/2$  и горизонтальной  $P/2\sqrt{3}$  нагрузками

$$\Delta r = 0.322 \sqrt[3]{\frac{P^2(1+\mu)^2}{E_{cp}^2 d(1-\mu)}}$$

(18)

Относительное удлинение нижнего пояса фермы по первой расчетной схеме

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{d} = 0.322 \sqrt[3]{\frac{P^2(1+\mu)^2}{E_{cp}^2 d^4(1-\mu)}}$$

(19)

Допустим, что площадь поперечного сечения фиктивного стержня нижнего пояса равна  $F_\phi$ , тогда фиктивный модуль упругости этого стержня:

$$E_\phi = \frac{Hd}{F_\phi \Delta r}$$

(20)

Рассмотрим растяжение двух параллельных стержней нагрузкой  $H$ . Пусть один из имеет площадь сечения  $F_a$  с модулем упругости  $E_a$ . Сечение второго стержня, фиктивного имеет площадь  $F_\phi$  с модулем упругости  $E_\phi$ . Относительное удлинение обоих стержней  $\varepsilon_{np}$  можно определить, используя метод редуционных коэффициентов, применяемой в строительной механике для решения задач о «составных стержнях» [8]. Для этого определим приведенную к арматуре площадь поперечного сечения обоих стержней:

$$F_a^{np} = F_a + \frac{E_\phi F_\phi}{E_a} = F_a + \frac{1}{0.322 E_a} \sqrt[3]{\frac{H^3 E_{cp}^2 d^4 (1-\mu)}{P^2 (1+\mu)}}$$

(21)

Тогда

$$\varepsilon_{np} = \frac{H}{E_a F_a^{np}} = \frac{H}{E_a F_a + \frac{1}{0.322} \sqrt[3]{\frac{H^3 E_{ep}^2 d^4 (1-\mu)}{P^2 (1+\mu)^2}}}$$

(22)

Разделив (22) на (19), после некоторых преобразований и подставляя вместо  $H$  его значение (13) получим на сколько раз уменьшится горизонтальные деформации нижнего пояса первой расчетной схемы при введении дополнительного армирующего стержня:

$$K^T = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{np}} = 1.115 E_a F_a \sqrt[3]{\frac{(1+\mu)^2}{P E_{ep}^2 d^4 (1-\mu)}} + 1$$

(23)

Допустим, что сила  $P$  соизмерима в первом приближении произведению вертикального напряжения  $\sigma_1$ , действующего на круговой площадке диаметром  $d$ , на площадь этой площадки  $\pi d^2/4$ . Тогда равенство (23) преобразуется в вид

$$K^T = \text{дер} \sqrt[3]{\frac{(1+\mu)^2}{\sigma_1 E_{ep}^2 (1-\mu)}} + 1$$

(24)

Входящие в (24) характеристики следующие:

$E_a F_a$ - показатель деформативности сетки ( $E_a$ ,  $F_a$  – соответственно модуль упругости и площадь поперечного сечения одной пряди сетки),  $H$ ;

$d$ -средняя крупность зерен материала основания, мм;

$\mu, E_{ep}$  - коэффициент Пуассона и модуль упругости грунта, МПа;

$\sigma_1$  - главное вертикальное напряжение на уровне прослойки, МПа.

**Результаты исследования.** Полученный параметр  $K^T$  характеризует степень снижения горизонтальных деформаций и касательных напряжений в плоскости контакта при армировании зернистых оснований сетками. Установим взаимосвязь между  $K^T$  и  $K_{эф}$ . Выявить эту зависимость можно путем установления причинно-следственной связи между коэффициентами  $K_{эф}$ , полученными экспериментально с использованием формулы (8) для различных параметров дорожной одежды, сетки и нагрузим и коэффициентами  $K^T$ , рассчитанными теоретически по формуле (24) для тех же условий. Использование такого подхода позволяет учесть целый ряд факторов, таких как, форма зерен, их шероховатостей и плотность укладки, которые влияют на эффект армирования, но не теоретическому учету.

**Заключение.** Можно предположить, что степень снижения максимальных сдвигающих напряжений  $\tau_{\max}$  в подстилающем грунте при прочих равных условиях прямо зависит от степени снижения касательных напряжений в плоскости контакта. Степень снижения последних можно оценить теоретически, используя известные решения упругости.

В результате корреляционного анализа можно получить полуэмпирическую зависимость  $K_{\text{эф}}=f(K^T)$ , с учетом которой выражение (12) для определения коэффициента эффективности армирования будет иметь вид:

$$K_{\text{эф}} = \frac{f(K^T)(1 + \sin \varphi) - 2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (25)$$

Для практического использования выражения (25) необходимо установить вид и параметры зависимости  $f(K^T)$ , что позволит достичь путем постановки специальных экспериментов с целью определения  $K_{\text{эф}}$  для различных условий армирования.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория Упругости / Перевод с английского М.И.Рейтмана: Под редакцией Г.С.Шапиро. –М.: Наука. 1975. -576 с.
- [2] Седов В.И. Метод испытания материалов при трехмерном нестационарном напряженном состоянии применительно к условиям контактного нагружения. -В кн. Контактные задачи и их приложения (доклады конференции). -М.: НИПРМАШ. 1969. с.327-339.
- [3] Пинягин С.В. Контактная прочность в массивах. -М.: Машиностроение. 1965. -328 с.
- [4] Добров Э.М. Механика грунтов. –М.: Издательский центр «Академия», 2008. -272 с.
- [5] Буленко А.Г. Напряжения и деформации многослойных упруго-изотропных систем при осесимметричной нагрузке. Труды Саюздорнии 1966, вып. 6, с.72-124

- [6] Лурье А.К. Пространственные задачи теории упругости. –М.: Издательство техноко-  
теоретической литературы, 1965. – 453 с.
- [7] Безухов Н.Р. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. -М.:  
Высшая  
школа.1961.-537с
- [8] Дарков А.В., Шапиро Г.С. Сопротивление материалов. –М.: Высшая  
школа, 1975. –  
654 с.