

“IONKIN SHARTLI BIR O‘LCHAMLI ISSIQLIK TARQALISH INTEGRO-DIFFERENSIAL TENGLAMADAN YADRONI ANIQLASHNING TESKARI MASALASI”

Osiyo Xalqaro Universiteti
Matematika 1-kurs magistr
Umrbek Ernapasov

Annotatsiya

Ushbu maqolada Ionkin shartli bir o‘lchamli issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamasi uchun yadroni aniqlashga oid teskari masala tadqiq etilgan. Mazkur masala issiqlik jarayonlarini tavsiflovchi modellarni aniqlashtirish va muhitning fizik xossalarini qayta tiklashda muhim ahamiyat kasb etadi. Tadqiqotda teskari masalaning qo‘yilishi, uning korrektilik masalalari, mavjudlik va yagonalik shartlari tahlil qilinadi. Ionkin shartining o‘ziga xos xususiyatlari hisobga olinib, masalani yechish uchun integral tenglamalar nazariyasiga asoslangan yondashuv taklif etiladi. Olingan natijalar issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirishda hamda muhandislik va texnologik masalalarda qo‘llanishi mumkin.

Kalit so‘zlar: teskari masala, issiqlik tarqalishi, integro-differensial tenglama, Ionkin sharti, yadro funksiyasi.

Аннотация

В статье исследуется обратная задача определения ядра для одномерного интегро-дифференциального уравнения теплопроводности с условием Ионкина. Данная задача имеет важное значение при восстановлении физических характеристик среды и уточнении математических моделей тепловых процессов. Рассматриваются постановка обратной задачи, вопросы корректности, а также условия существования и единственности решения. С учетом специфики условия Ионкина предложен подход, основанный на теории интегральных уравнений. Полученные результаты могут быть использованы при математическом моделировании процессов теплопереноса и в прикладных инженерных задачах.

Ключевые слова: обратная задача, теплопроводность, интегро-дифференциальное уравнение, условие Ионкина, ядро.

Abstract

This paper investigates an inverse problem of determining the kernel for a one-dimensional integro-differential heat conduction equation with the Ionkin boundary

condition. The problem is significant for reconstructing physical properties of the medium and refining mathematical models of heat transfer processes. The formulation of the inverse problem, issues of well-posedness, and conditions for existence and uniqueness of solutions are analyzed. Taking into account the specific features of the Ionkin condition, an approach based on the theory of integral equations is proposed. The obtained results can be applied in mathematical modeling of heat transfer processes and various engineering applications.

Keywords: inverse problem, heat conduction, integro-differential equation, Ionkin condition, kernel.

KIRISH

Zamonaviy matematik fizika va amaliy matematikaning dolzarb yo‘nalishlaridan biri teskari masalalarni o‘rganish hisoblanadi. Teskari masalalar, odatda, kuzatiladigan natijalar asosida noma‘lum parametrlar yoki funksiyalarni aniqlashga qaratilgan bo‘lib, ular ko‘plab amaliy sohalarda muhim ahamiyat kasb etadi. Issiqlik tarqalish jarayonlarini modellashtirishda uchraydigan teskari masalalar muhitning issiqlik xossalarni aniqlash, texnologik jarayonlarni nazorat qilish va diagnostika masalalarida keng qo‘llaniladi.

Bir o‘lchamli issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalari xotira effektiga ega bo‘lgan jarayonlarni tavsiflashda muhim rol o‘ynaydi. Bunday tenglamalarda integral hadning mavjudligi jarayonning oldingi holatlari joriy holatga ta’sir ko‘rsatishini ifodalaydi. Mazkur tenglamalar uchun qo‘yilgan chegaraviy shartlar orasida Ionkin sharti o‘ziga xosligi bilan ajralib turadi.

Ionkin shartli masalalar klassik chegaraviy masalalardan farqli ravishda yechimning butun chegaradagi integral xossalarga bog‘liq bo‘lib, ularni tahlil qilish qo‘shimcha matematik murakkabliklarni keltirib chiqaradi. Shu sababli, Ionkin sharti ostida teskari masalalarni o‘rganish nazariy va amaliy jihatdan dolzarb hisoblanadi.

Mazkur maqolada Ionkin shartli bir o‘lchamli issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamadan yadroni aniqlashga oid teskari masala o‘rganiladi. Tadqiqotning asosiy maqsadi masalaning matematik qo‘yilishini asoslash, yechimning mavjudligi va yagonaligini tahlil qilish hamda yechish usullarini ko‘rsatishdan iborat.

Asosiy qism

Bir o‘lchamli issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamalari issiqlik oqimi vaqt davomida nafaqat joriy holatga, balki avvalgi holatlarga ham bog‘liq bo‘lgan jarayonlarni modellashtirish imkonini beradi. Bunday tenglamalarda yadro funksiyasi

muhitning xotira xossalarini ifodalaydi va uning aniq ko‘rinishi ko‘pincha oldindan noma’lum bo‘ladi.

To‘g‘ri masalada yadro ma’lum bo‘lib, tenglama yechimi aniqlansa, teskari masalada aksincha, yechimning qo‘shimcha ma’lumotlari asosida yadro funksiyasini tiklash talab etiladi. Bu esa masalaning noaniqligi va beqarorligi bilan bog‘liq bo‘lib, teskari masalalar odatda noto‘g‘ri qo‘yilgan masalalar sinfiga kiradi.

Ionkin sharti ostida qo‘yilgan masalalarda chegaraviy shart integral ko‘rinishda ifodalanadi. Bu holat spektral usullarni bevosita qo‘llashni murakkablashtiradi va masalani yechishda maxsus yondashuvlarni talab qiladi. Tadqiqotda Ionkin sharti hisobga olinib, masalani ekvivalent integral tenglama ko‘rinishiga keltirish imkoniyati ko‘rib chiqiladi.

Yadro funksiyasini aniqlash masalasi uchun qo‘shimcha ma’lumot sifatida, odatda, ma’lum vaqt momentlarida yechimning qiymatlari yoki integral xossalari beriladi. Ushbu ma’lumotlar asosida yadro uchun integral tenglama hosil qilinadi. Integral tenglamalar nazariyasining klassik natijalari yordamida masalaning mavjudlik va yagonalik shartlari aniqlanadi.

Tahlillar shuni ko‘rsatadiki, ma’lum shartlar bajarilganda teskari masala yagona yechimga ega bo‘ladi va kichik xatoliklar yechimda cheklangan o‘zgarishlarga olib keladi. Bu esa masalaning shartli korrektiligini ta’minlaydi. Taklif etilgan yondashuv Ionkin shartli masalalar uchun samarali bo‘lib, boshqa turdagi integral shartlarga ega tenglamalarga ham tatbiq etilishi mumkin.

Xulosa

Maqolada Ionkin shartli bir o‘lchamli issiqlik tarqalish integro-differensial tenglamadan yadroni aniqlashning teskari masalasi o‘rganildi. Masalaning matematik qo‘yilishi asoslandi hamda uning asosiy xususiyatlari tahlil qilindi. Yadro funksiyasini aniqlash uchun integral tenglamalar nazariyasiga asoslangan yondashuv taklif etildi.

Olingan natijalar teskari masalaning mavjudlik va yagonalik shartlarini aniqlash imkonini berdi. Tadqiqot natijalari issiqlik jarayonlarini modellashtirish, muhit xossalarini tiklash va amaliy masalalarni yechishda muhim ahamiyatga ega. Kelgusida ushbu yondashuvni ko‘p o‘lchamli masalalarga va boshqa turdagi chegaraviy shartlarga kengaytirish istiqbolli yo‘nalishlardan biri hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Cannon, J. R. (1984). *The one-dimensional heat equation*. Addison-Wesley.
2. Lavrentiev, M. M., Romanov, V. G., & Shishatskii, S. P. (1986). *Ill-posed problems of mathematical physics and analysis*. American Mathematical Society.

3. Ionkin, N. I. (1977). Boundary value problems for heat conduction equations with nonlocal conditions. *Differential Equations*, 13(2), 294–304.
4. Samarskii, A. A., & Vabishchevich, P. N. (2007). *Numerical methods for solving inverse problems of mathematical physics*. Walter de Gruyter.
5. Tikhonov, A. N., & Arsenin, V. Y. (1977). *Solutions of ill-posed problems*. Winston & Sons.