

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ ЗАДАЧИ НА РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Бобоев Х.Х

Алмалыкский филиал ТГТУ им. И. Каримова декан факультета
 «Энергетика и машиностроения» доцент

Мамиров Ш.Ш.

Алмалыкский филиал ТГТУ им. И.Каримова кафедра
 «Технология машиностроения» зав.каф. «Тех.маш.» доцент

Хасанов Б.Б.

ст. преп. кафедры «Тех.маш.» Алмалыкского филиала ТГТУ им. И.
 Каримова

Акрамова З.Р.

Зам директор по делам молодёжи, инженер педагог. Профессиональное
 училище №2 Зангиатинского района.

Стержень ступенчато-переменного сечения, жестко закрепленный с двух сторон, находится под действием сосредоточенных осевых нагрузок (рис.1.). Требуется построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и осевых перемещений. В расчётах принять $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$.

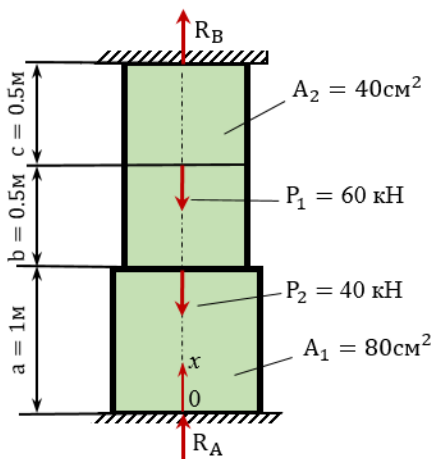


Рис.1. Схема стержня

Спроектируем приложенные к стержню нагрузки и опорные реакции на его ось:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad R_A + R_B - 40 - 60 = 0$$

$$R_A + R_B = 100$$

Для определения опорных реакций этого уравнения недостаточно. Стержень один раз статически неопределим, и для его расчёта необходимо составить дополнительное уравнение, исходя из характера деформации

стержня.

Отбросим любое из опорных закреплений стержня, например верхнее, и влияние его заменим искомой опорной реакцией $x = R_B$ (рис.2.).

Образованная таким образом статически определимая система называется основной.

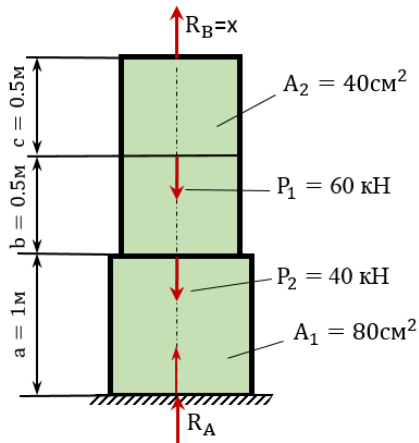


Рис.2. Основная система

Поставим условие, что деформации основной и заданной систем совпадают. Длина жестко закрепленного с двух сторон стержня после действия нагрузок измениться не может ($\Delta l = 0$). Следовательно, для основной системы на основании принципа независимости действия сил можно записать:

$$\Delta l = \Delta l_p + \Delta l_x = 0$$

Где Δl_p – деформация основной системы под действием заданных нагрузок,

Δl_x – деформация основной системы под действием искомой опорной реакции $x = R_B$.

Вычисляем значения Δl_p и Δl_x и раскрываем дополнительное уравнение:

$$\Delta l_p = -\frac{6000 \cdot 50}{2 \cdot 10^6 \cdot 40} - \frac{6000 \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 80} - \frac{4000 \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 80} = -0,01 \text{ см}$$

$$\Delta l_x = \frac{x \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 40} + \frac{x \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 80} = 1,875 \cdot 10^{-6} \cdot x$$

$$\Delta l = \Delta l_p + \Delta l_x = -0,01 + 1,875 \cdot 10^{-6} \cdot x = 0$$

$$x = R_B = 5333 \text{ кг} = 53,3 \text{ кН}$$

Статическая неопределимость задачи раскрыта. Вычисляем значения продольных сил и нормальных напряжений в характерных сечениях стержня, начиная со свободного конца основной системы.

1. Сечение: $x = 2 \text{ м}$

$N = x = R_B = 53,3 \text{ кН}$ (растяжение)

$$\sigma = \frac{5333}{40} = 133 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} = 13,3 \text{ МПа}$$

2. Сечение: $x = 1,5 + 0$

$N = 53,3 \text{ кН}$, $\sigma = 13,3 \text{ МПа}$

3. Сечение: $x = 1,5 - 0$

$N = 53,3 - 60 = -6,7 \text{ кН}$ (сжатие)

$$\sigma = \frac{-670}{40} = -17 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} = -1,7 \text{ МПа}$$

4. Сечение: $x = 1 + 0$

$$N = -6,7 \text{ кН}, \quad \sigma = -1,7 \text{ МПа}$$

5. Сечение: $x = 1 - 0$

$$N = -6,7 - 40 = -46,7 \text{ кН (сжатие)}$$

$$\sigma = \frac{-4670}{80} = -58 \text{ кг/см}^2 = -5,8 \text{ МПа}$$

6. Сечение: $x = 0$

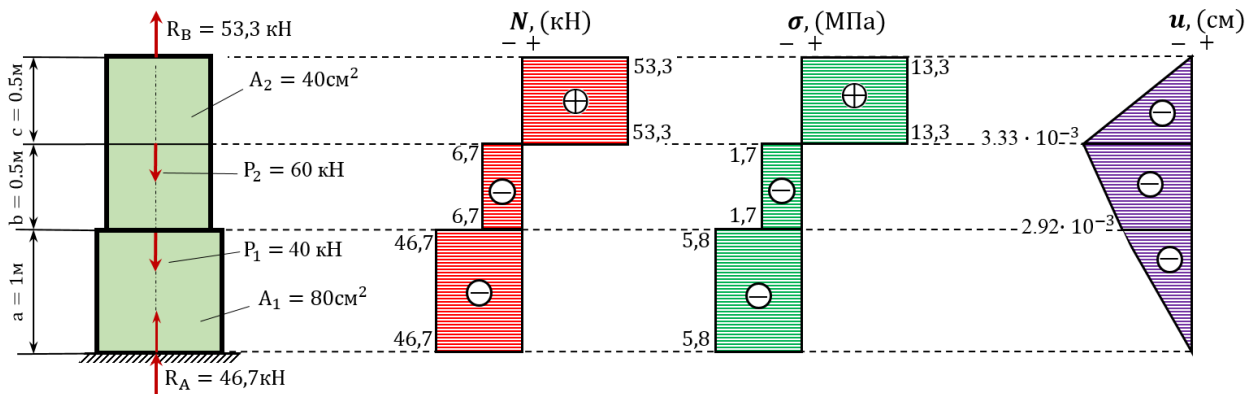


Рис.1.2. Эпюры N, σ и u

Активация Windows

$$N = -46,7 \text{ кН}, \quad \sigma = -5,8 \text{ МПа}$$

По вычисленным значениям строим эпюры N и σ . Отметим наличие скачков на эпюре N в сечениях, где приложены сосредоточенные силы. В пределах участков N и σ постоянны по величине.

Вычисляем абсолютные деформации участков стержня:

$$\Delta l_1 = \frac{-4670 \cdot 100}{2 \cdot 10^6} = -2,92 \cdot 10^{-3} \text{ см (укорочение)}$$

$$\Delta l_2 = \frac{-670 \cdot 50}{2 \cdot 10^6} = -4,1 \cdot 10^{-4} \text{ см (укорочение)}$$

$$\Delta l_3 = \frac{5333 \cdot 50}{2 \cdot 10^6} = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ см (удлинение)}$$

Абсолютная деформация всего стержня должна быть равна нулю. Проверим выполнение этого условия:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = -2,92 \cdot 10^{-3} - 4,1 \cdot 10^{-4} + 3,33 \cdot 10^{-3} = 0$$

Вычисляем осевые перемещения характерных сечений стержня, начиная с нижнего закрепленного сечения:

1. Сечение: $x = 0$

$$u = u_0 = 0$$

2. Сечение: $x = 1 \text{ м}$

$$u_1 = u_0 + \Delta l_1 = -2,92 \cdot 10^{-3} \text{ см}$$

3. Сечение: $x = 1,5 \text{ м}$ $u_2 = u_1 + \Delta l_2 = -2,92 \cdot 10^{-3} - 4,1 \cdot 10^{-4} = -3,33 \cdot 10^{-3} \text{ см}$

4. Сечение: $x = 2 \text{ м}$ $u_3 = u_2 + \Delta l_3 = \Delta l = 0$

Эпюра осевых перемещений представлена на Рис.1.2. Осевые перемещения меняются по линейному закону. Все сечения стержня перемещаются в отрицательном направлении оси x , т.е. вниз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белявский С.М. (1967) Руководство к решению задач по сопротивлению материалов
2. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. (1986) Сопротивление материалов
3. Вольмир А.С. (1984) Сборник задач по сопротивлению материалов
4. Гафаров Р.Х. (2009) Сопротивление материалов: конспект лекций
5. Горбунов В.Ф. (2008) Изучай сопротивление материалов самостоятельно
6. Erkin Nematov, Mukhiddin Khudjaev, Botir Khasanov. Development of a mathematical model of dynamic characteristics of a drive with a planetary mechanism. E3S Web of Conferences 258, 08022 (2021). <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125808022>
7. Mukhiddin Khudjaev, Erkin Nematov, Anorgul Karimova, Doston Khurramov, Botir Khasanov. Modeling the process of force load generation at the initial periodic change in pressure (a plane problem). E3S Web of Conferences 258, 08020 (2021). <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125808020>.