МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПОДЗЕМНОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Равшанов Н.[1], Усмонов Л.[1]
[1]НИИ развития цифровых технологий и искусственного интеллекта, 100125, Узбекистан г, Ташкент, м-в. Буз-2, 17А,
ravshanzade-09@mail.ru, uslochinbek@gmail.com,

Аннотация

В статье представлена математическая модель и алгоритм численного решения задачи, для исследования гидродинамического процесса подземного выщелачивания в неоднородной пористой среде с учетом кинетики массообмена, закон деформация слоя завесившиеся от коэффициента упругости, изменение пористость в зависимости от напора, а так же проницаемость рудного резервуара с целью разработки рудных месторождений. Разработанный математический аппарат позволяет провести комплексное исследование свойств рудного пласта, оптимизировать расположение эксплуатационной и нагнетательной скважины, определить изменение пористости под действием давления, а также проанализировать и обеспечить фактор, обеспечивающий защиту подземных вод от загрязнения.

Ключевые слова: подземное выщелачивание, математическое моделирование, фильтрация, диффузия, кинетика, полезная компонента, численные методы.

Постановка задачи

Исходя из вышеизложенного, для изучения процесса подземного выщелачивания необходимо определить функцию концентрации полезного компонента $C_2(x,y,z,t)$ в ограниченной неоднородной области

$$G=\left\{(x,y,z,t),\ 0<x<L_x,\ \ 0<y<L_y,\ \ 0<z<L_z,\ \ 0<t\le T\right\}.$$

В этом случае распространение поля напор H определяется из уравнений режима упругой фильтрации:

$$\beta h\frac{\partial(mH)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\kappa h\frac{\partial H}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\kappa h\frac{\partial H}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\kappa h\frac{\partial H}{\partial z}\right]+F_1-F_2, \qquad (1)$$

с начальным:

$$H\big|_{t=0}=H_0, \qquad (2)$$

и граничным условиям:

$$\kappa \frac{\partial H}{\partial x}\bigg|_{x=0} = -\iota_1 \xi (H - H_0), \tag{3}$$

$$\kappa \frac{\partial H}{\partial x}\bigg|_{x=L_x} = \iota_1 \xi (H - H_0), \tag{4}$$

$$\kappa \frac{\partial H}{\partial y}\bigg|_{y=0} = -\iota_2 \xi (H - H_0), \tag{5}$$

$$\kappa \frac{\partial H}{\partial y}\bigg|_{y=L_y} = \iota_2 \xi (H - H_0), \tag{6}$$

$$\frac{\partial H}{\partial z}\bigg|_{z=0} = 0, \tag{7}$$

$$\kappa \frac{\partial H}{\partial z}\bigg|_{z=L_z} = \iota_3 \xi (H - H_0), \tag{8}$$

где H – величина напора, (м); H_0 – начальное значение напора, (м); m – величина коэффициента пористости; κ – коэффициент фильтрации, (м/сут); t – время (сут). h –мощность рудоносного пласта (м); β – коэффициент упругой емкости, (m^2/kg); $\iota_1, \iota_2, \iota_3$ – константы, принимающие значения 0 или 1; L – характерная длина (m); ξ – коэффициент для приведения в размерности (1/сут);

$F_1 = F_1(x,y,z,t) = \sum_{j=1}^{N_1} q_{1,j}(t)\delta(x - x_{1,j}, y - y_{1,j}, z - z_{1,j})$, $F_2 = F_2(x,y,z,t) = \sum_{j=1}^{N_2} q_{2,j}(t)\delta(x - x_{2,j}, y - y_{2,j}, z - z_{2,j})$;

$q_{1,i}(t)$ и $q_{2,i}(t)$ – соответственно, дебиты нагнетательной и эксплуатационной скважин;

$\delta = \begin{cases} 1, x = x_i, y = y_i, z = z_i \\ 0, x \neq x_i, y \neq y_i, z \neq z_i \end{cases}$ - дельта-функция Дирака.

Распространение поля реагента определяется путем решения уравнения конвективной диффузии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (mC_1)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_{11}\left[\frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_1}{\partial y} + \frac{\partial C_1}{\partial z} \right]\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_{22}\left[\frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_1}{\partial y} + \frac{\partial C_1}{\partial z} \right]\right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z}\left(D_{33}\left[\frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_1}{\partial y} + \frac{\partial C_1}{\partial z} \right]\right) - \frac{\partial (V_x C_1)}{\partial x} - \frac{\partial (V_y C_1)}{\partial y} - \frac{\partial (V_z C_1)}{\partial z}, \end{aligned} \tag{17}$$

с начальным и граничным условиями:

$$C_1\big|_{t=0} = 0, \tag{18}$$

$$C_1 = 0, \quad (x,y,z) \in G_\Gamma. \tag{19}$$

Искомое распределение функции концентрации полезного компонента определяется путем решения следующего уравнения:

$$\frac{\partial(mC_2+N)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(D_{11}\left[\frac{\partial C_2}{\partial x}+\frac{\partial C_2}{\partial y}+\frac{\partial C_1}{\partial z}\right]\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(D_{22}\left[\frac{\partial C_2}{\partial x}+\frac{\partial C_2}{\partial y}+\frac{\partial C_2}{\partial z}\right]\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(D_{33}\left[\frac{\partial C_2}{\partial x}+\frac{\partial C_2}{\partial y}+\frac{\partial C_2}{\partial z}\right]\right)-\frac{\partial(V_xC_2)}{\partial x}-\frac{\partial(V_yC_2)}{\partial y}-\frac{\partial(V_zC_2)}{\partial z}, \qquad (20)$$

с начальным:

$$C_2\big|_{t=0}=C_{2,0}, \qquad (21)$$

и граничными условиями:

$$\left.\frac{\partial C_2}{\partial x}\right|_{x=0}=-\iota_1\zeta(C_2-C_{2,0}), \qquad (22)$$

$$\left.\frac{\partial C_2}{\partial x}\right|_{x=L_x}=\iota_1\zeta(C_2-C_{2,0}), \qquad (23)$$

$$\left.\frac{\partial C_2}{\partial y}\right|_{y=0}=-\iota_2\zeta(C_2-C_{2,0}), \qquad (24)$$

$$\left.\frac{\partial C_2}{\partial y}\right|_{y=L_y}=\iota_2\zeta(C_2-C_{2,0}), \qquad (25)$$

$$\left.\frac{\partial C_2}{\partial z}\right|_{z=0}=0, \qquad (26)$$

$$\left.\frac{\partial C_2}{\partial z}\right|_{z=L_z}=\iota_3\zeta(C_2-C_{2,0}). \qquad (27)$$

Где C_1 – концентрация заливочной жидкости, C_2 – концентрация полученной смеси, $G_Г$ – граница пласта; D_{11}, D_{22}, D_{33} – коэффициенты диффузии, V_x, V_y, V_z – скорость фильтрации определяется законом Дарси и определяется следующим образом:

$$V_x=-\kappa\frac{\partial H}{\partial x}, \quad V_y=-\kappa\frac{\partial H}{\partial y}, \quad V_z=-\kappa\frac{\partial H}{\partial z};$$

ζ – коэффициент для приведение в размерности поставленной задачи (1/м).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для комплексного исследования, мониторинга и прогнозирования гидродинамического процесса подземного перемешивания и фильтрации жидкости в пористых средах была разработана математическая модель, характеризующаяся системой дифференциальных уравнений в частных производных с начальными и граничными условиями.

Предложенная математическая модель позволяет комплексно изучать параметры рудного пласта, выбирать оптимальное местоположение питающих и приемных скважин, оценивать их расход, изучать пористость как функцию давления и учитывать защиту грунтовых вод от жидкости кислоты.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Ravshanov N., Usmonov L., Djumayozov U., Rakhmonova R. Development of a mathematical model for monitoring and prediction of in-situ leaching processes in a porous medium // EUREKA: Physics and Engineering: №. 2 (2026). ISSN 2461-4254.https://doi.org/10.21303/2461-4262.2026.003959.

[2]. Равшанов Н., Холматова И.И., Курбонов Н.М., Исламов Ю.Н. Математическое моделирование процесса подземного выщелачивания с учетом изменения гидродинамических параметров пористой среды //Проблемы вычислительной и прикладной математики № 2(56) 2024.

[3]. Равшанов Н., Холматова И.И. математическая модель и численныеалгоритмы для исследования гидродинамического процесса подземного выщелачивания // Проблемы вычислительной и прикладной математики № 6(53) 2023.

[4]. Алимов И., Пирназарова Т., Холматова И. О численном методе решения гидродинамической задачи ИСЛ // Журнал физики: Конференция Серия 1260 (2019) 102001.

[5]. Алимов И. Математическое моделирование гидродинамических процессов подземного выщелачивания. – Ташкент, изд. «ФАН», 1991. – 82 с.

[6]. Ravshanov N., Usmonov L. Review of research on mathematical modeling of the process of in-situ leaching of mineral resources // International journal of theoretical and applied issues of digital technologies, 2025, Volume 8, Issue 1: pp 22-36.

[7]. Ravshanov N., Usmonov L. Multidimensional mathematical model for monitoring and forecasting the process of underground leaching in a porous medium // Hisoblash va amaliy matematika muammolari, № 2/2(66)2025, ISSN 2181-8460.

[8] Равшанов Н., Усмонов Л., Курбонов Н.М. Математическая модель и численный алгоритм для исследования гидродинамического процесса подземного выщелачивания // МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЖУРНАЛ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ПРИКЛАДНЫХ ВОПРОСОВ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, 2025 8(2) ISSN 2181-3086

[9] Равшанов Н., Усмонов Л.С. Трёхмерная математическая модель и алгоритм численного решения для мониторинга и прогнозирования процессов подземного выщелачивания в пористой среде // ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, № 6(70) 2025 ISSN 2181-8460.

[10] Usmonov L. Three-demensional mathematical model for in-situ leaching processes in porous media // BULLETIN OF THE BRANCH OF NATIONAL RESEARCH NUCLEAR UNIVERSITY “MEPHI” IN TASHKENT, № 2/2025 ISSN 2181-4074.