

KOMBINATORIKA PREDMETI VA PAYDO BO‘LISH TARIXI VA 7-SINF MATEMATIKA DARSLIKLARIDA KOMBINATORIKA MASALALARINI HAYOTGA BOG‘LAB O‘QITISH.

Denov Tadbirkorlik va pedagogika institute Tadbirkorlik va boshqaruv fakulteti
Matematika yo‘nalishi 3-bosqich talabasi
Nurmatov Elbek Rayimqul o‘g‘li
e-mail: nurmatovelbek1234@gmail.com

***Annotatsiya:** Ushbu maqola kombinatorika predmeti va paydo bo‘lish tarixi, kombinatorik masalalarni yechishda qo‘llaniladigan qoidalar haqida to‘liq ma‘lumotlar keltirilgan va 7-sinf matematika darsliklaridagi kombinatorika masalalarini o‘quvchi yoshlarga hayotga bog‘lab o‘qitish hamda bu orqali ularning mantiqiy fikrlashini oshirishga qaratilganligi haqida bayon qilingan va kombinatorika ning asosiy qoidalariga asosan masalalar yechimlari ko‘rsatilgan..*

***Kalit so‘zlar:** Kombinatorika, mantiqiy fikrlash, kombinatorika predmeti, kombinatorika tarixi, figurali sonlar, kombinatorika elementlari, kombinatorik masalalar, qo‘shish va ko‘paytirish qoidalar, chekli to‘plam*

Matematikaning kombinatorik tahlil, kombinatorik matematika, birlashmalar nazariyasi, qisqacha, kombinatorika deb ataluvchi bo‘limida chekli yoki muayyan ma.,noda cheklilik shartini qanoatlantiruvchi to‘plamni (bu to‘planning elementlari qanday bo‘lishining ahamiyati yo‘q: harflar, sonlar, hodisalar, qandaydir predmetlar va boshqalar) qismlarga ajratish, ularni o‘rinlash va o‘zaro joylash ya.,ni, kombinatsiyalar, kombinatorik tuzilmalar bilan bog‘liq masalalar o‘rganiladi.

Hozirgi davrda kombinatorikaga oid ma.,lumotlar inson faoliyatining turli sohalarida qo‘llanilmoqda. Jumladan, matematika, kimyo, fizika, biologiya, lingvistika, axborot texnologiyalari va boshqa sohalar bilan ish ko‘ruvchi mutaxassislar kombinatorikaning xilma-xil masalalariga duch keladilar.

To‘plamlar nazariyasi iboralari bilan aytganda, kombinatorikada kortejlar va to‘plamlar, ularning birlashmalari va kesishmalari hamda kortejlar va qism to‘plamlarni turli usullar bilan tartiblash masalalari qaraladi. To‘plam yoki kortej elementlarining berilgan xossaga ega konfiguratsiyasi bor yoki o‘qligini tekshirish, bor bo‘lsa, ularni tuzish va sonini topish usullarini o‘rganish hamda bu usullarni biror parametr bo‘yicha takomillashtirish kombinatorikaning asosiy masalalari hisoblanadi.

Kombinatorikaning ba'zi elementlari eramizdan oldingi II asrda indistonliklarga ma'lum edi. Ular hozirgi vaqtda gruppalashlar deb ataluvchi kombinatorik tushunchadan foydalanishgan. Eramizning XII asrida Bxaskara Acharya o'zining ilmiy tadqiqotlarida gruppalash va o'rin almashtirishlarni qo'llagan.

Tarixiy ma'lumotlarga ko'ra, hindistonlik olimlar kombinatorika elementlaridan, jumladan, birlashmalardan foydalanib, she'riy asarlar tarkibiy tuzilishining mukammalligini tahlil qilishga uringanlar.

Umuman olganda, kombinatorikaning dastlabki rivoji qimor o'yinlarini tahlil qilish bilan bog'liq. Ba'zi atoqli matematiklar, masalan, fransuz matematigi B.Paskal (1623-1662), sveytasriyalik matematik Ya.Bernulli (1654 - 705), L.Eyler (1707-1783), rus matematigi P.L.Chebishev (1821-1894) turli o'yinlarda (tanga tashlash, soqqa tashlash, qarta o'yinlari va shu kabilarda) ilmiy jihatdan asoslangan qarorlar qabul qilishda kombinatorikani qo'llashgan.



XVII asrda kombinatorika matematikaning alohida bir ilmiy yo'nalish sifatida shakllana boshladi.

Blez Paskal o'zining "Arifmetik uchburchak haqida traktat" va "Sonli tartiblar haqida traktat" (1665-y.)

nomli asarlarida hozirgi vaqtda binomial koeffitsientlar deb ataluvchi sonlar haqidagi ma'lumotlarni keltirgan.

Fransuz matematigi P.Ferma (1601-1665) esa figurali sonlar bilan birlashmalar nazariyasi orasida bog'lanish borligini bilgan.

Figurali sonlar quyidagicha aniqlanadi. Birinchi tartibli figurali sonlar: 1, 2, 3, 4, 5, ... (ya,ni, natural sonlar); ikkinchi tartibli figurali sonlar: 1-si 1ga teng, 2-si dastlabki ikkita natural sonlar yig'indisi (3), 3-si dastlabki uchta natural sonlar yig'indisi (6) va hokazo (1, 3, 6, 10, 15, ...); uchinchi tartibli figurali sonlar: 1-si 1ga teng, 2-si birinchi ikkita ikkinchi tartibli figurali sonlar yig'indisi (4), 3-si birinchi uchta ikkinchi tartibli figurali sonlarlar yig'indisi (10) va hokazo (1, 4, 10, 20, 35, ...); va hokazo.

1-misol. Tekislikda radiuslari o'zaro teng bo'lgan aylanalar bir- biriga uringan holda yuqoridan 1 - qatorda bitta, 2 - qatorda ikkita, 3 - qatorda



uchta va hokazo, joylashtirilgan bo'lsin. Masalan, aylanalar bunday joylashuvining dastlabki to'rt qatori 1 - shaklda tasvirlangan. Bu yerda qatorlardagi aylanalar sonlari ketma- ketligi birinchi tartibli figurali sonlarni tashkil qiladi. Bu

tuzilmadan foydalanib, ikkinchi tartibli figurali sonlarni quyidagicha hosil qilish

mumkin. Dastlab 1 – qatordagi aylanalar soni (1), keyin dastlabki ikkita qatordagi aylanalar soni (3), undan keyin dastlabki uchta qatordagi aylanalar soni (6), va hokazo.

Kombinatorika iborasi nemis matematigi G.Leybnis (1646- 1716) ning “Kombinatorik san,,at haqidagi mulohazalar” nomli asarida birinchi bor 1665- yilda keltirilgan. Bu asarda birlashmalar nazariyasi ilmiy jihatdan ilk bor asoslangan. O‘rinlashtirishlarni o‘rganish bilan birinchi bo‘lib Yakob Bernulli shug‘ullangan va bu haqdagi ma,,lumotlarni 1713 - yilda bosilib chiqqan “Ars conjectandi” (Bashorat qilish san,,ati) nomli kitobining ikkinchi qismida bayon qilgan. Hozirgi vaqtda kombinatorikada qo‘llanilayotgan belgilashlar XIX asrga kelib shakllandi.

Ta’rif. Biror chekli to‘plam elementlari ichida ma’lum bir xossaga ega bo‘lgan elementlaridan iborat qism to‘plamlarni tanlab olish yoki to‘plam elementlarini ma’lum bir tartibda joylashtirish bilan bog‘liq masalalar kombinatorik masalalar deyiladi.

Masalan, o‘nta ishchidan to‘rt kishidan iborat brigadalarni necha xil usulda tuzish mumkinligini (ishlab chiqarishni tashkil etish), molekulada atomlar qanday usullarda birlashishi mumkinligi (kimyo), oqsil moddalarda aminokislotalarni qanday tartiblarda joylashtirish mumkinligi (biologiya), turli bloklardan iborat mexanizmida bu bloklarni turli tartiblarda birlashtirish (konstruktorlik), bir necha dala uchastkalarida turli xil ekinlarni almashtirib ekish (agronomiya), davlat budjetini ishlab chiqarish tarmoqlari bo‘yicha taqsimoti (iqtisodiyot) kabilar kombinatorik masalalarga keladi va kombinatorikani inson faoliyatining turli yo‘nalishlarida qo‘llanishini ko‘rsatadi.

Ta’rif. Kombinatorik masalalar bilan shug‘ullanadigan matematik fan kombinatorika deyiladi.

Kombinatorikani mustaqil fan sifatida birinchi bo‘lib olmon matematigi G. Leybnits o‘rgangan va 1666 yilda “Kombinatorika san’ati haqida” asarini chop etgan.

Kombinatorikaning asosiy masalasi – berilgan ob’ektlardan u yoki bu shartlarga bo‘ysunuvchi bir nechta turli kombinatsiyalari tuzish mumkin.

To‘plamlardan farqli elmentlar kombinatsiyalari bir xil (takroriy) elementlarni o‘z ichiga olishi mumkin.

- Misol. p ta turli raqamdan nechta turli p xonali son tuzish mumkin? Yechish. Bitta raqam (1) dan faqat bitta bir xonali son olish mumkin: 1. Ikkita raqamdan (1 va 2) 2 ta ikki xonali son olish mumknim: 12 va 21.

Buni quyidagicha hosil qilish mumkin: oldingi holdagi 1 soni o'ng va chap tarafiga 2 raqamini yozish bilan hosil qilish mumkin, ya'ni oldingi holni 2 ga ko'paytirish lozim ($1 \cdot 2$).

- 3 ta raqam (1,2 va 3) dan 6 ta uch xonali son olish mumkin: 312, 132, 123, 321, 231, 213. Buni quyidagicha hosil qilish mumkin: oldingi holdagi har bir ikki xonali son o'ng, chap tarafiga va o'rtasiga 3 raqamini yozish bilan hosil qilish mumkin, ya'ni oldingi holni 3 ko'paytirish lozim ($1 \cdot 2 \cdot 3$).

Qiyin emaski, bunda quyidagi qonuniyatni sezish mumkin: har bir navbatdagi holda javob oldingisiga qaganda p marta ortiq bo'ladi. Ixtiyoriy p soni uchun formula olamiz: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$.

Javob: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$

Kombinatorik masalalarni yechishda ko'pincha ikkita asosiy qoida qo'llaniladi.

Qo'shish qoidasi: Agar biror a elementni t ta usul bilan, ikkinchi b elementni p ta usul bilan tanlash mumkin bo'lsa, u holda a yoki b elementni $(t+p)$ ta usul bilan tanlash mumkin.

Ko'paytirish qoidasi: Agar biror a elementni t ta usul bilan, ikkinchi b elementni p ta usul bilan tanlash mumkin bo'lsa, u holda a va b elementni $t \times p$ ta usul bilan tanlash mumkin.

Qo'shish va ko'paytirish qoidalari ixtiyoriy sondagi chekli elementlar uchun o'rinli. Namunaviy masalalar

- Guruhda 20 ta qiz va 5 ta o'g'il bola bor. Sardorni necha xil usul bilan tanlash mumkin?

Yechish. Sardor sifatida 20 ta qizdan biri yoki 5 ta o'g'il boladan biri tanlanishi mumkin, demak, sardorni saylashning umumiy soni $20+5=25$.

- Maktabda 76 o'qituvchi ishlaydi. Ulardan 49 tasi ingliz tilini, 32 tasi nemis tilini va 15 nafari ikkala tilni ham biladi. Necha o'qituvchi na ingliz tilini, na nemis tilini biladi?

Yechish. Ingliz yoki nemis tilini $49+32-15=66$ nafar o'qituvchi biladi. Demak, bu ikkala tildan birortasini ham $76-66=10$ o'qituvchi bilmaydi.

- 1-navli 20 ta va 2-navli 30 ta buyum bor. Bir navdagi ikkita buyumni tanlash lozim. Buni necha xil usul bilan bajarish mumkin?

Yechish. Ko'paytirish qoidasiga ko'ra 1-navli 2 ta buyumni $20 \cdot 19=380$ usul bilan tanlash mumkin. Shunga o'xshash 2-navli 2 ta buyumni $30 \cdot 29=870$ usuli bilan tanlash mumkin. Masala shartigi ko'ra bir xil navli ikkita buyumni tanlash lozim

bo'lgani uchun, qaysi navdan bo'lishi muhim emas, bir xil navli 2 ta buyumni tanlashning umumiy soni $380+870=1250$ ga teng bo'ladi.

Biz hayotimizni matematikasiz tasavvur qila olmaymiz. Chunki dunyoning o'zgarishi aynan matematikaga bog'liqdir. Shuning uchun yosh avlodlarga yoshligidan matematikani hayotga bog'lab o'rgatamiz. Matematika bu fanlarning otasidir.

Ilgari 7-sinf matematika maktab darsliklarida kombinatorika masalalari kiritilmagan edi. Hozirgi kunga kelib 6 soatlik darsga mo'ljallangan kombinatorika masalalari 7-sinf matematika darsliklariga kiritilgan.

Kombinatorikaning asosiy bo'limlari:

1. Kombinatsiyalar: takrorli va takrorsiz.
2. O'rin almashtirishlar: takrorli va takrorsiz.
3. O'rinlashtirishlar: takrorli va takrorsiz.
4. Guruhlash.

Kombinatorika masalalari matematikaning soda va murakkab masalalarini o'z ichiga qamrab olgan katta bir bo'limidir. Biz soda masalalarini maktab darsliklarida o'rganamiz, murakkab masalalarini esa oliy ta'limning oliy matematika darsliklarida o'rganamiz. Kombinatorika masalalari mantiqiy fikrlashni ham talab qiladi. Matematikada masalalar yechish uning eng asosiy tarkibiy qismidir. Biz kombinatorikaning soda masalalarini uning asosiy qoidalari asosida hayotiy misollar orqali ko'rib chiqamiz.

Kombinatsiyalar: Ko'paytirish va qo'shish qoidasi kombinatorikaning asosiy qoidasidir.

$A * B$

1-masala. Anvar uyidan maktabiga 5 xil yo'l bilan, maktabdan o'quv markaziga 3xil yo'l bilan borishi mumkin. Anvar uyidan o'quv markaziga necha xil usulda borishi mumkin?

Yechish: Ko'paytirish va qo'shish qoidasiga asosan ya'ni

$A * B = 3 * 5 = 15$ $A * B = 3 * 5 = 15$. Demak Anvar uyidan O'quv markaziga 15 xil usul bilan borishi mumkin. Agar savolda borib qaytsa deyilganda qaytish uchun ham 15 xil usul bilan qaytishi mumkin.

2-masala. Talabaning kiyimlar javonida 3 xil galstuk, 2 xil ko'ylak va 3 xil shim bor. Talaba 1ta galstuk, 1ta ko'ylak va 1ta shimni necha usulda bir xil rangda bo'lmaslik sharti bilan kiyishi mumkin?

Yechish: Galstuk ranglarini: Qora, Ko'k. Ko'ylakni: Qora va Oq. Shimni: Yashil, Sariq va Oq deb olsak Talaba 1ta galstuk, 1ta ko'ylak va shimni shunday tanlashi

kerakki ularning hech birining rangi bir xil bo'lmazligi kerak ya'ni Qizil galstuk, Qora rangli ko'ylak va Yashil rangdagi shimni kiyishi mumkin:

- 1- usul. Qizil galstuk, qora ko'ylak va sariq shimni:
- 2-usul. Qizil galstuk qora ko'ylak ,oq shimni:
- 3-usul. Qora galstuk, oq ko'ylak, yashil shimni:
- 4-usul. Qora galstuk, oq ko'ylak, sariq shimni:
- 5-usul. Ko'k galstuk, qora ko'ylak, yashil shimni:
- 6-usul. Ko'k galstuk, qora usul. Ko'k galstuk, oq ko'ylak vayashil shimni:
- 7-usul. Ko'k galstuk, oq nn

Buni formula asosida ishlasak $1*1*3+1*1*2+1*1*2+1*1*3=10$. demak talaba 10 xil usulda galstuk, ko'ylak va shimni ranglari bir xil bo'lmagan holda kiyishi mumkin.

2) O'rin almashtirishlar: (takrorli va takrorsiz). n ta, 1-, 2-, 3-, ..., (n-1)-, n-o'ringa n ta, a_1, a_2, \dots, a_n elementlarni bir biriga bittadan qilib joylashtirish a_1, a_2, \dots, a_n . Elementlardan tuzilgan o'rin almashtirish deyiladi. n ta elementdan tuzilgan o'rin almashtirishlar soni Pn bilan belgilanadi.

$$P_n = n(n-1)(n-2) \dots 2 * 1 = n!$$

ga teng. Bu takrorsiz o'rin almashtirish formulasi.

$$P(n_1 \dots \dots \dots n_k) = \frac{n!}{n_1 \dots \dots \dots n_k!}$$

bu takrorli o'rin almashtirish formulasi.

1-masala. Siz tug'ilgan kuningizga taklif etilgan 7ta do'stingizni 7ta stulga necha xil usulda utkaza olasiz?

Yechish; 1-o'rinda 7ta stulga ixtiyoriy 1 tasi o'tiradi, ya'ni imkoniyatlar soni 7ta, 2-o'rinda qolgan 6ta stulga ixtiyoriy 1 tasi o'tiradi ya'ni 2 –stulni egallash imkoniyati 6ta. 3-o'rinda 3-stulga ixtiyoriy 1 tasini egallash imkoniyati 5ta. 4-stulni egallash imkoniyati 4ta. 5-stulni esa 3ta, 6-o'rinda 6-stulni egallash Imkoniyati 2ta va nihoyat 7-stulni negallash imkoniyati 1ta. Demak shu 7stulga 7ta do'stingizni o'tkazishlar soni $7*6*5*4*3*2*1=7!=5040$ ta ekan. Bunday tartiblash (joylashtirish) O'rin almashtirish deyiladi.

2-masala. "INFORMATIKA" so'zidan harflar o'rnini almashtirib nechta so'z hosil qilish mumkin ?

Yechish: Bunda hosil bo'lgan so'zlar ma'noli bo'lishi shart emas.

$$P = (n_1, n_2, \dots \dots n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots \dots \dots n_k!}$$

Bu yerda $n_1, n_2, \dots \dots n_k$ lar 1ta elementni necha marta takrorlanishini ko'rsatuvchi sonlar hisoblanadi. k! esa $k_1, k_2, \dots \dots, k_n$ larning yig'indisi bo'ladi.

Masala shartiga ko'ra 11 ta harfdan 2 ta harf takrorlanayapti bunga ko'ra

$$P = \frac{11!}{2! * 2!} = 9979200$$

ta so'z harflar o'rnini almashtirishlar yordamida yasalayapti .Takrorli holat bo'lgani uchun harflar necha marta takrorlanga bo'lsa uni o'rinalmashtirishlar soniga bo'linayapti .Negaki 2ta bir xil harfni o'rnini almashtirsak ham so'zlarda hech qanday o'zgarish ro'y bermaydi.

GURUHLASH USULI.

Umuman n ta elementdan k tadan olib tuzilgan barcha guruhlar soni $C_n^k C_n^k$ deb

belgilanadi va bu son $\frac{n!}{k! * (n-k)!} * \frac{n!}{k! * (n-k)!}$ ga teng . $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$C_n^k C_n^k$ son nta elementdan k tadan olib tuzilgan guruhlar soni deb o'qiladi va bu Guruhlash qonunidir.

3-masala.Aylanada 8ta :A,B,C,D,E,F,J,K harflar bilan belgilangan nuqtalar berilgan.har bir nuqtani qolgan har bir nuqta bilan tutashtirilsa nechta kesma hosil bo'ladi?

Yechish:Aylanada ixtiyoriy 8 ta nuqtani belgilab olamiz va istalgan 1 ta nuqtani olib qolgan nuqtalar bilan tutashtiramiz.keyingi nuqtalarni ham xuddi shunday tutashtiramiz.Hosil bo'lgan kesmalarni hisoblaganimizda $7+6+5+4+3+2+1=28$ ta bo'ladi buni formula yordamida hisoblasak

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = 4 * 7 = 28$$

O'RINLASHTIRISH USULI

1) $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ bu takrorsiz o'rin almashtirish formulasi

2) $A_n^k = n^k A_n^k = n^k$ takrorli o'rin almashtirish formulasi.

Takrorsiz o'rin almashtirishga masala ko'ramiz

4-masala.Odatda uchburchk uchlari lotin alifbosining kata harflari bilan belgilanadi.Lotin alifbosida 26 ta harf bor .uchburchak uchlarini necha xil usulda belgilash mumkin?

Yechish: Alifbodagi 26ta harfni 3 tadan takrorsiz o'rinlashtirsak ya'ni

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad A_{26}^3 = \frac{26!}{(26-3)!} = 26 * 25 * 24 = 15600$$

$$A_{26}^3 = \frac{26!}{(26-3)!} = 26 * 25 * 24 = 15600$$

ta Demak uchburchak uchlarini 15600 ta

usul bilan belgilab olishimiz mumkin

5-masala. Raqamlar takrorlanish mumkin bo'lsa :1,2,3,4,5,6,7,8 raqamlardan nechta 4 xonali son hosil qilish mumkin?

Yechish:

$$A_n^k = n^k A_n^k = n^k A_8^4 = 8^4 = 4096 A_8^4 = 8^4 = 4096$$

4096 ta 4 xonali son hosil qilish mumkin ekan 1 dan 8 gacha bo'lgan raqamlardan.

Kombinatorika masalalarini yechishda o'quvchi mantiqiy fikrlab masala shartiga asosan uni tasavvur qilishi lozim. O'quvchilarni mantiqiy fikrlashini oshirish uchun O'qituvchi mohir pedagog bo'lishi kerak O'qituvchi turli xil o'yinlar orqali ham ularning aqliy ishchanligini oshirish mumkin. Masalalarni yechishdan avval savol shartini tushunib uning grafik yoki chizmalarini chizish kerak. Shunda gina masalalar tez va oson yechiladi. Matematikada ko'plab misol va masalalarni yechishda ularning grafik yoki chizmalarini chizish masala yoki misolning deyarli yarimi ishlandi demakdir.

FOYDALANUVCHI ADABIYOTLAR:

Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. М.: Наука, 1975. -208 с.

Риодан Ж. Введение в комбинаторный анализ.: перевод с английского М.: Иностранная литература, 1963. -287 с.

Холл М. Комбинаторика: перевод с английского. М.: Мир, 1970.- 424 с.

Ерош И.Л. Дискретная математика. Комбинаторика: Учебное пособие. СПб ГУАП.СПб., 2001.- 37 с.

Андерсон Д.А., Виллям М. Дискретная математика и комбинаторика. 2004. – 960 с.

То,rayev Н.Т., Azizov I. Matematik mantiq va diskret matematika. 1,2- jild. "Tafakkur-Bo'stoni", Toshkent, 2011.

7-sinf Algebra “:Shavkat Arifdjanovich Alimov, Alimdjan Raximovich Xalmuxamedov, Mirfazil Abdilxakovich Mirzaxmedov.” O'qituvchi” nashriyot – MATBAA IJODIY UYI Toshkent 2017.

Sulaymonov, F., & Bayzaqov, M. (2021). MATEMATIK MANTIQ ELEMENTLARINI ERTA O'RGATISH VA UNING AHAMIYATI. Журнал математики и информатики, 1(2).

Mamatov, J., Bayzaqov, M., & Rahimova, S. (2021). BERNULI VA PUSSON TAQSIMOTLARI. Журнал математики и информатики, 1(4).

Pedagoglarda kreativlik sifatlarini rivojlantirish va undan foydalanishning samarali yo'llari. M Qazibekov, M Bayzaqov, Журнал математики и информатики, 2022

[Maktab matematika darslarida mantiqiy masalalarni o'qitish metodikasi.](#)

А.Ходжаев, М Байзаков, Н Холбоев - Общество и инновации, 2022 - inscience.uz